



**UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTA ABREU” DE LAS VILLAS
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
CENTRO DE ESTUDIOS ELECTROENERGÉTICOS**

**COMPENSACIÓN DE POTENCIA REACTIVA EN SISTEMAS CONTAMINADOS
CON ARMÓNICOS**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE
DOCTOR EN CIENCIAS TÉCNICAS**

AUTOR: Ing. JOSÉ ANGEL GONZÁLEZ QUINTERO, MSc.

TUTOR: Prof. Tit., Ing. IGNACIO PÉREZ ABRIL, Dr. CT.

Santa Clara

2002

SÍNTESIS

Este trabajo tiene como objetivo central el desarrollo de una metodología integral de compensación de la potencia reactiva en sistemas eléctricos de potencia contaminados por armónicos, que se basa en la utilización conjunta de bancos de capacitores y filtros pasivos de armónicos. El procedimiento asegura la obtención de la variante óptima desde el punto de vista económico que satisface la norma de control de armónicos IEEE – 519.

Los aportes más importantes del trabajo están dados por:

1. El desarrollo e implementación de un *Flujo de Cargas con Armónicos* que incluye el *Método de Penetración de Armónicos* y el *Método Iterativo con Fuentes Dependientes* y permite el análisis de sistemas con cargas no-lineales representadas por diferentes modelos.
2. El desarrollo de un *Modelo Cuadrático Diferencial* para el problema de optimización que permite determinar el *Ahorro* como una *función explícita* de las variables independientes del problema y facilita la utilización del *Método de Programación Cuadrática Secuencial* para la solución del problema presentado.
3. El desarrollo e implementación de un *Programa de Compensación de Potencia Reactiva* que permite imponer cotas de voltaje y distorsión armónica total e individual en los nodos del sistema y determina la selección, ubicación y control de los elementos compensadores empleados.

ÍNDICE	
INTRODUCCIÓN	6
IMPORTANCIA Y ACTUALIDAD DEL TEMA	6
HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN	7
OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	8
APORTES Y NOVEDAD CIENTÍFICA.....	9
APLICACIÓN PRÁCTICA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.....	10
ESTRUCTURA DE LA TESIS.....	10
Capítulo 1 ANÁLISIS CRÍTICO DE LA BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA	12
1.1 Introducción.....	12
1.2 Generación y propagación de armónicos en sistemas eléctricos de potencia.....	12
1.2.1 Fuentes generadoras.....	13
1.2.2 Efectos de los armónicos.....	14
1.2.3 Mediciones.....	18
1.2.4 Normativas para el control de armónicos.....	19
1.2.5 Control de la propagación de los armónicos.....	22
1.3 Compensación de potencia reactiva en sistemas contaminados con armónicos...25	
1.3.1 Compensación mediante elementos pasivos.....	26
1.1.1.1 Empleo de capacitores solamente.....	26
1.1.1.2 Empleo de capacitores y filtros.....	28
1.3.2 Compensación mediante elementos activos.....	30
1.3.3 Enfoque estadístico.....	32
1.4 Conclusiones Parciales.....	34
Capítulo 2 TÉCNICAS PARA ANÁLISIS DE ARMÓNICOS.....	35
2.1 Introducción.....	35
2.2 Técnicas empleadas para análisis de armónicos.....	37
2.3 Modelación de un sistema eléctrico de potencia.....	42
2.3.1 Capacitores.....	42
2.3.2 Reactores.....	43
2.3.3 Líneas aéreas.....	43
2.3.4 Cables soterrados.....	44

2.3.5	Transformadores.....	45
2.3.6	Cargas.....	46
2.3.7	Sistema de suministro.....	47
2.4	Flujo de armónicos empleando la matriz impedancia de barras.....	48
2.5	Conclusiones parciales.....	50
Capítulo 3 COMPENSACIÓN DE POTENCIA REACTIVA EN SISTEMAS CONTAMINADOS CON ARMÓNICOS		51
3.1	Descripción del Problema.....	51
3.1.1	Objetivo.....	51
3.1.2	Restricciones.....	52
3.1.3	Variables independientes.....	52
3.1.4	Datos de Partida.....	53
3.2	Formulación del problema.....	55
3.3	Método de <i>Programación Cuadrática Secuencial (SQP)</i>	57
3.4	Formulación del sub-problema <i>QP</i>	58
3.4.1	Pérdidas activas en un sistema eléctrico de potencia.....	58
3.4.2	Modelo Incremental.....	60
3.4.3	Cálculo de las sensibilidades.....	63
3.4.3.1	Sensibilidades a la fundamental.....	64
3.4.3.2	Sensibilidades para el armónico <i>h</i>	67
3.4.4	Cálculo de los coeficientes de relación (<i>y</i>).....	69
3.4.5	Ahorro de pérdidas para un estado de carga.....	72
3.4.6	Función Objetivo.....	72
3.4.7	Adición de Restricciones.....	77
3.5	Algoritmo de Optimización.....	81
3.6	Ejemplos de Optimización.....	82
3.6.1	Optimización con dos variables solamente.....	82
3.6.2	Optimización con varias variables.....	84
3.7	Conclusiones parciales.....	86
Capítulo 4 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DEL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN 87		

4.1	Reducción del problema.	87
4.1.1	Necesidad de la reducción.	87
4.1.2	Selección de la base inicial de nodos.	90
4.1.3	Selección de las variables capacitivas.	92
4.1.4	Selección de las variables de filtros.	94
4.1.5	Algoritmo general de reducción.	95
4.1.6	Ejemplos de reducción.	97
4.1.6.1	Reducción a una sola variable.	97
4.1.6.2	Reducción de una gran cantidad de variables.	99
4.2	Solución en números enteros.	100
4.2.1	Algoritmo de estandarización.	100
4.2.2	Criterio de selección de la variable a redondear.	101
4.2.3	Implementación práctica del <i>Sub-Problema QP</i>	104
4.2.4	Algoritmo general.	105
4.2.5	Ejemplos de estandarización.	106
4.2.5.1	Estandarización de una variable.	106
4.2.5.2	Estandarización de una gran cantidad de variables.	107
4.3	Algoritmo general de optimización.	108
4.4	Conclusiones parciales.	110
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	111
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.	114
	Anexo A. MODELOS NO LINEALES.	132
A.1.	Modelos exactos.	132
A.1.1.	Convertidor trifásico.	133
A.2.	Modelos aproximados.	140
A.2.1.	Modelación mediante expresiones.	141
A.2.1.1.	Convertidor trifásico.	141
A.2.1.2.	Rectificador monofásico con carga motora.	141
A.2.2.	Modelación mediante espectros.	142
A.2.2.1.	Lámparas fluorescentes.	143
A.2.2.2.	Cargas electrónicas.	143

A.3. Modelo general.	144
Anexo B. EXPRESIONES Y DEMOSTRACIONES	146
B.1. Expresión simétrica del modelo.	146
B.2. Matriz Jacobiana a la frecuencia fundamental.	146
B.3. Derivada del módulo del voltaje respecto a una variable.	148
B.4. Expresiones para calcular los coeficientes de las matrices de las restricciones.....	149
B.4.1. Coeficientes de la matriz de restricciones de <i>THD</i>	150
B.4.2. Coeficientes de la matriz de restricciones de <i>IHD</i>	150
B.4.3. Coeficientes de la matriz de restricciones de <i>Vrms</i>	151
B.5. Reajuste del modelo al conformar el problema de orden reducido.....	151
Anexo C. DATOS Y RESULTADOS DE LOS CIRCUITOS EMPLEADOS	153
C.1. Datos del circuito de 10 nodos.	153
C.2. Datos del circuito de 69 nodos.	154
C.3. Resumen de las pruebas efectuadas al circuito de 69 nodos.	157
C.3.1. Unidades capacitivas de 100 <i>kva</i>	157
C.3.2. Unidades capacitivas de 300 <i>kva</i>	158
C.3.3. Unidades capacitivas de 500 <i>kva</i>	158
C.3.4. Unidades capacitivas de 700 <i>kva</i>	159
C.3.5. Unidades capacitivas de 900 <i>kva</i>	159
Anexo D. CONSTANTES Y VARIABLES EMPLEADAS EN EL PROGRAMA. ...	160

INTRODUCCIÓN

El actual desarrollo científico técnico de un país es inconcebible sin el adecuado empleo de los logros en el campo de la electrónica. El control de procesos productivos, la informática y las telecomunicaciones son ramas que hacen un gran aporte a las actividades empresariales y financieras y aun a la vida de los ciudadanos del mundo moderno.

El empleo de dispositivos de estado sólido en novedosas técnicas de control y conservación de la energía son algunos de estos logros. Aquí se incluye el control de motores a través de convertidores con posibilidades de frenaje regenerativo, el uso de iluminación fluorescente de bajo consumo, el empleo de computadoras y otros dispositivos similares que requieren de un proceso controlado de rectificación de la corriente alterna.

El incremento general que se viene produciendo en la instalación de este tipo de equipamiento ha provocado un aumento considerable en la inyección armónica hacia el interior de las redes eléctricas; lo que ha inducido la aparición de toda una serie de efectos perjudiciales en el sistema eléctrico con notables incrementos en los costos. Estos efectos además, pueden incrementarse por la aparición de resonancias debido al empleo de capacitores para la compensación de la potencia reactiva.

Nuestro país está inmerso en un proceso de recuperación económica que pretende desarrollar la industria turística, la energética, la petrolera, los derivados de la caña y otras. Para lograrlo se ha propuesto la instalación de las más modernas tecnologías bajo el concepto de desarrollo sostenible, así como alcanzar un alto nivel de informatización de la sociedad.

El empleo racional de la energía, sobre todo en los mayores consumidores industriales, ha sido la razón de ser del *Programa de Ahorro de Electricidad en Cuba* (PAEC). Una de las medidas priorizadas de este programa, ha sido la compensación de la potencia reactiva por su efecto de reducción de pérdidas en el sistema y el consecuente ahorro de combustible entre otros beneficios colaterales.

IMPORTANCIA Y ACTUALIDAD DEL TEMA

Muchos aspectos relacionados con la generación y propagación de armónicos están estrechamente relacionados con el término de *Calidad de la Energía*. Este tema ha recibido especial atención desde la década del 80 por su enorme importancia en el mundo moderno.

Ejemplo de ello está en que una institución tan prestigiosa como la IEEE dedique grandes esfuerzos para el estudio y conocimiento de muchos de sus fenómenos asociados. En este sentido ha conformado *Fuerzas de Trabajo* que han investigado diversas aristas de los temas relacionado con los armónicos.

Estructuralmente existe todo un *Grupo de Trabajo en Armónicos* que funciona como un *Subcomité* o *Sub-Comisión* del *Comité de Transmisión y Distribución* de la IEEE. Este grupo a su vez ha estado a cargo de la *Fuerza de Trabajo Sobre el Efecto de los Armónicos*, la *Fuerza de Trabajo Sobre Modelación y Simulación Armónica*, la *Fuerza de Trabajo Sobre Aspectos Probabilísticos de los Armónicos*, así como de la *Fuerza de Trabajo Sobre la Norma IEEE-519*.

No por gusto importantes revistas científicas de prestigio mundial vienen dedicando espacio a numerosos artículos relacionados con este tema. También se han escrito varios textos, que constituyen objeto de consulta obligada para los especialistas; e incluso se vienen dedicado conferencias internacionales periódicas a este tema.

Se conoce que la *Compensación de la Potencia Reactiva* está muy vinculada con los armónicos por las implicaciones que los capacitores tienen en su magnificación debido a la aparición de resonancias. Estas resonancias son causantes de numerosos daños, cuyos costos son de apreciable magnitud. Por otra parte, la compensación brinda grandes ahorros cuyos dividendos económicos son bien aprovechados en beneficio de la explotación de los sistemas eléctricos siendo imposible renunciar a los mismos.

Por tanto, disponer de una herramienta que permita realizar la compensación de reactivo en sistemas contaminados con armónicos a fin de evitar estos perjuicios y maximizar sus beneficios es de alta importancia y actualidad.

HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Teniendo como premisas que:

1. La aproximación cuadrática de las pérdidas en un sistema eléctrico de potencia ha dado buenos resultados en el análisis clásico (sin considerar armónicos).
2. Las magnitudes de transferencia de potencia a la frecuencia fundamental son generalmente predominantes sobre las transferencias de potencias a las demás frecuencias armónicas en sistemas eléctricos de potencia bajo condiciones “*normales*” de operación.

Se puede conformar la siguiente hipótesis:

La aproximación de las pérdidas en un sistema eléctrico de potencia mediante modelos cuadráticos también debe dar buenos resultados cuando se extiende el análisis al caso sistemas eléctricos de potencia contaminados con armónicos, y estos se encuentran trabajando bajo condiciones normales de operación.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo central de este trabajo consiste en la obtención de una metodología de compensación de potencia reactiva para sistemas eléctricos de potencia ante la presencia de armónicos; empleando en tal sentido, capacitores junto a filtros pasivos LC sintonizados tipo “*shunt*” para compensar la potencia reactiva y mitigar la contaminación armónica, de forma conjunta e íntegra.

Para la consecución de este objetivo central se han planificado los siguientes objetivos parciales:

1. Realizar una revisión crítica de la bibliografía existente. Esta debe analizar los diversos trabajos referentes al tema puntualizando sus principales logros y deficiencias.
2. Desarrollar herramientas de análisis de armónicos que permitan realizar una modelación adecuada de las situaciones reales. Las mismas deben ser de fácil implementación, extensibles a la mayor cantidad de casos posibles y contar con probadas potencialidades.
3. Formular el *Problema de Optimización* que constituye el objetivo central del trabajo. Esta formulación debe comprender:
 - a. Una *Función Objetivo* que permita evaluar los costos de pérdidas, de energía y de inversión de los elementos a optimizar; así como su evaluación en el tiempo mediante el método del *Valor Actual Neto*.
 - b. Un *Conjunto de Restricciones* que permitan acotar la respuesta dentro de los límites recomendados por *Normas Internacionales sobre Armónicos*.
 - c. Un *Método de Optimización* de gran potencialidad que alcance el valor óptimo de la *Función Objetivo* teniendo en cuenta el *Conjunto de Restricciones* establecido.

4. Implementar un *Algoritmo de Solución* de la *Formulación del Problema* que favorezca su utilización práctica. Este debe lograr una correcta selección de las variables, su cantidad y sus valores factibles.

APORTES Y NOVEDAD CIENTÍFICA

Los aportes más importantes están dados por:

1. Un algoritmo de *Flujo de Cargas con Armónicos* que presenta:
 - El análisis de forma conjunta de cargas no lineales representadas tanto por patrones de armónicos como por fuentes dependientes.
 - Independencia o desacople en el cálculo de las inyecciones de cada carga con respecto a las demás.
 - Una implementación que integra en el mismo algoritmo el *Método de Penetración de Armónicos* con el *Método Iterativo para Fuentes Dependientes*.
2. Un modelo cuadrático de *Función Objetivo* con fines de optimización que permite:
 - Determinar el *Ahorro* como una *función explícita* de las variables independientes del problema.
 - Evaluar los *Costos de Pérdidas de Potencia y de Energía* mediante *Coefficientes de Costo* independientes para cada estado de carga considerado.
 - Evaluar los *Costos de Inversión, Depreciación y Valor Residual* para cada uno de los elementos a optimizar.
 - Evaluar *Económicamente en el Tiempo* estos costos mediante el método del *Valor Actual Neto*.
3. Una metodología de compensación de potencia reactiva mediante una formulación general y coherente que, empleando los aportes anteriores, permite:
 - Realizar la compensación de potencia reactiva junto a la mitigación armónica.
 - Imponer cotas de voltaje y distorsión armónica total e individual.
 - Emplear capacitores junto a filtros pasivos sintonizados tipo “*shunt*”.
 - Seleccionar de una forma rápida y sencilla las variables a optimizar.
 - Realizar la estandarización de las mismas mediante diversos criterios.

La novedad científica de este trabajo se encuentra fundamentalmente en los puntos dos y tres aunque se expresa por la conjugación íntegra de los aspectos de cada uno de los tres puntos.

APLICACIÓN PRÁCTICA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Confección de varios programas en *MATLAB* que implementan:

1. Un *Flujo de Cargas con Armónicos* basado en una generalización del flujo que emplea la matriz impedancia de barras.
2. Una *Metodología de Compensación de Potencia Reactiva en Sistemas Contaminados por Armónicos mediante Bancos de Capacitores y Filtros Pasivos*.
3. Otras técnicas de análisis armónico como el "*scan*" de frecuencia.

Con el auxilio de estas herramientas se han desarrollado varios estudios entre los que pueden citarse:

1. Un estudio de factibilidad para la compensación de la potencia reactiva en la empresa "Cloro Sosa" de Sagua la Grande, Villa Clara.
2. Un estudio de compensación de la potencia reactiva en el Complejo Agroindustrial "Uruguay", Sancti Spiritus.

ESTRUCTURA DE LA TESIS

Por su estructura, el contenido del presente trabajo se divide en cuatro capítulos:

Capítulo 1 ANÁLISIS CRÍTICO DE LA BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA: Aborda críticamente como se tratan en la literatura especializada varios aspectos relacionados con la generación y propagación de armónicos. Entre ellos están los efectos, las normas, la solución de problemas, la mitigación, la compensación, etc.

Capítulo 2 TÉCNICAS PARA ANÁLISIS DE ARMÓNICOS: Trata el tema referente a las diferentes técnicas de análisis de armónico existentes. Para ello aborda como son modeladas comúnmente las fuentes de armónicos y las componentes de red. Al final se explica un algoritmo típico de uno de los tipos de técnicas conocido como *Flujo de Armónicos* que se emplea en el desarrollo de la *Metodología de Compensación Reactiva* propuesta.

Capítulo 3 COMPENSACIÓN DE POTENCIA REACTIVA EN SISTEMAS CONTAMINADOS CON ARMÓNICOS: Lleva a cabo la formulación matemática del problema de optimización que da título a la tesis. La técnica empleada es de *Programación*

Cuadrática Secuencial (SQP) y en esencia se plantea el subproblema *QP* de la misma a través del desarrollo de un modelo que aproxima la *Función Objetivo Real* a una función cuadrática. Luego se propone una metodología de solución cuyo algoritmo se prueba con un ejemplo práctico.

Capítulo 4 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DEL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN: Aborda dos problemas fundamentales que se presentan en la *Metodología de Compensación de Reactivo* propuesta; la *Estandarización de las Unidades Capacitivas* y la *Necesidad de la Reducción de la Magnitud del Problema*. En este sentido se exponen los fundamentos matemáticos de los criterios empleados para afrontar la *Estandarización* y la *Reducción*; así como los algoritmos a seguir en cada caso.

CAPÍTULO 1 ANÁLISIS CRÍTICO DE LA BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

1.1 Introducción.

Como bien plantea Reid en [144] (1996) el término “calidad de la energía” se emplea para describir la variación de la tensión, la corriente y la frecuencia en el sistema eléctrico. Históricamente la mayoría de los equipos han sido capaces de operar satisfactoriamente con variaciones relativamente amplias de estos tres parámetros. Sin embargo, se ha agregado al sistema eléctrico una gran cantidad de equipamiento que no es tan tolerante a estas variaciones; fundamentalmente equipos que son controlados electrónicamente. Parte de este control se hace directamente a través de electrónica de conversión de potencia, como son impulsores de CA, CD y fuentes de energía conmutadas, además del equipamiento electrónico que está en los controles periféricos, como computadoras y controladores lógicos programables (*PLC's*).

Históricamente, los armónicos empiezan a ser un factor significativo en el diseño de los sistemas eléctricos a partir de los años 60 con la invención del rectificador controlado de silicio (*SCR*) en 1957 [143], iniciándose un movimiento gradual hacia el uso de la electrónica de potencia para suministrar cantidades significativas de energía [144][167][137].

De acuerdo con Cameron (1993, [16]), se conoce desde hace tiempo que este equipamiento produce armónicos en el sistema de potencia de corriente alterna. Pero con el uso incrementado de los capacitores para la corrección del factor de potencia, el riesgo de resonancia paralelo también ha aumentado. Por tanto, al final de la década del 70 se hizo evidente que se necesitaban normas para preservar la calidad de la energía servida por los sistemas de potencia y limitar el ruido en los sistemas de comunicaciones adyacentes.

La IEEE introdujo en 1981 la norma 519 la cual aborda aspectos de los sistemas de potencia y límites de distorsión [16]. La misma ha sido actualizada varias veces ([144][83][84][85]) y seguirá siendo actualizada en el futuro [86]. Existen otras normas de la IEC que también tratan el tema de los armónicos.

1.2 Generación y propagación de armónicos en sistemas eléctricos de potencia.

Muchos son los aspectos relacionados con la generación y propagación de armónicos en las redes eléctricas y una buena parte de los estudios tradicionales (a frecuencia fundamental)

en el campo de la ingeniería eléctrica; se han extendido para comprender el análisis de los armónicos.

Los flujos de carga [176][177][170][8], el diseño de sistemas de distribución [110][113][129][145], los problemas de compensación de reactivo [11][129][145], el dimensionamiento de transformadores [88][168][169][28] y los análisis de estimación de estado [43][69][125][149][37][54] son algunos de ellos. Este proceder está dado por el notable incremento que han tenido las cargas contaminantes [41][42][55][40] y sobre todo por sus indeseables efectos [95].

1.2.1 Fuentes generadoras.

El desarrollo de la electrónica de potencia ha dado lugar a la aparición de una gran cantidad de cargas no lineales [143], cuyo conjunto es muy amplio y difícil de enumerar. Entre sus integrantes están todas aquellas que empleen rectificadores (controlados, semicontrolados y no controlados), convertidores, inversores, ciclo-convertidores, troceadores de alterna (“*choppers*”), pulsadores de corriente directa, etc. [151][167][137].

Los sistemas de control de velocidad de motores [66][70], los cargadores de baterías, las celdas electroquímicas, los hornos de fundición por inducción o por arco eléctrico, etc; son algunas de las aplicaciones generadoras de armónicos encontradas en los sistemas industriales [70][98][63].

En los sistemas comerciales y residenciales están ampliamente difundidos también los equipos electrónicos (computadoras personales y otros equipos de computo, *printers*, *fax*, máquinas de escribir, fotocopiadoras, televisores, etc.), los sistemas de iluminación fluorescentes (con “*ballast*” magnéticos convencionales [147] o con “*ballast*” electrónicos [163]), los sistemas de calefacción electrónicos y los de bombeo automáticamente controlado [25]. Los cargadores de baterías de automóviles eléctricos, conformarán también una carga de consideración en un futuro no lejano [157].

En los sistemas eléctricos de potencia de las compañías; están también los sistemas de enlace de corriente directa, los transformadores [112], los reactores (controlados o no) [155] y los capacitores conmutados [148][107]. Las celdas fotovoltaicas o solares y ciertos sistemas de enlace de los generadores eólicos también deben ser incluidos al igual que los sistemas de tracción eléctricos empleados en el transporte ferroviario.

1.2.2 Efectos de los armónicos.

Diversos trabajos se han dedicado al estudio de los efectos que los armónicos han tenido en los sistemas eléctricos de potencia y en varios de sus equipos componentes. Algunos tratan el tema de forma general y otros investigan ciertos aspectos de forma específica. El desarrollo de la tecnología ha permitido verdaderos avances, pero en general todavía existen fenómenos de difícil valoración y cuantificación por la gran cantidad de aspectos involucrados.

Los síntomas típicos de problemas con armónicos incluyen el disparo en falso de fusibles, disparos inexplicables de interruptores, sobrecalentamiento de transformadores y de motores, funcionamiento defectuoso de impulsos¹, relevadores, computadoras, etc (Reid, 1996, [144]).

Según Cameron (1993, [16]), los armónicos pueden causar problemas en los sistemas distribución de las empresas eléctricas, en los sistemas industriales y en los de comunicaciones. El caso de las empresas eléctricas incluye: sobrecalentamiento de las máquinas sincrónicas, malfuncionamiento de los circuitos de protección y control, así como errores de medición; en tanto que los sistemas industriales deben luchar además, con resonancias mecánicas en equipos rodantes y daños a bancos de capacitores. Los sistemas de comunicaciones son susceptibles al acoplamiento inductivo y la interferencia con las líneas telefónicas, con las señales de radio y televisión, así como al daño de dispositivos de estado sólido.

Algunos de estos efectos se pueden caracterizar resumidamente como sigue [25]:

Conductores neutros: en sistemas trifásicos de cuatro hilos, los conductores neutros pueden ser severamente afectados por las cargas no lineales conectadas a los circuitos de 120 V. Si las cargas son monofásicas, los armónicos triples no se cancelan, sino que se adicionan en el conductor neutro. Si estas cargas son numerosas, la corriente en el neutro puede exceder su punto de diseño e incluso la corriente de cualquiera de las fases. Esto es peligroso, no solo porque el calibre del neutro es tradicionalmente menor respecto al conductor de fase, sino porque no se colocan “*breakers*” para protegerlo.

¹ Sistemas de control de motores mediante modulación del ancho del pulso PWM.

Con [164] (Tran, 1996), se logra un adecuado entendimiento de la influencia de los armónicos triples en dos aspectos poco abordados por la literatura. Estos son el aumento de los voltajes de contacto y de las fuerzas electromagnéticas relacionados con los sistemas de distribución eléctricos en estrella multiterminados. El factor detonante es la sobrecarga del neutro con estos armónicos triples (especialmente el tercero), por el empleo en incremento de rectificadores monofásicos. Las consecuencias pueden ser tanto el aumento de las quejas por electrochoques (de personas y animales) al tocar objetos con diferentes potenciales de aterramiento; así como el aumento de las interferencias en sistemas de radio, televisión y telefonía.

Breakers: los “*breakers*” termomagnéticos emplean un mecanismo de disparo bimetálico que responde al valor de calentamiento real de la forma de onda de la corriente de línea. Ellos disparan cuando se calientan mucho, protegiendo contra las sobrecargas de corrientes armónicas.

Los “*breakers*” sensores de valor pico responden al valor pico de la forma de onda de la corriente de línea y no siempre responden apropiadamente a las corrientes armónicas. Cuando el pico de las corrientes armónicas es mayor que el normal, el disparo puede sobreproteger la carga cuando la corriente es baja. Si el pico es menor que el normal, entonces la carga se desprotegería cuando debiera producirse el disparo.

En este sentido, Bemmouyal en [13] (1993) desarrolla el concepto de un relé digital diseñado para reducir la tendencia a la inadecuada protección de los relés convencionales. Este trabajo muestra además como los que basan su funcionamiento en la detección del voltaje pico exhiben desperfectos con respecto a la protección de bancos de capacitores expuestos a sobrevoltajes armónicos. Para ello se apoya en la apropiada evaluación del tiempo de estrés aplicado sobre el capacitor de acuerdo a la norma NEMA (ANSI/IEEE [82]).

Barras y terminales de conexión: Las barras de neutro y los terminales de conexión se dimensionan para el valor completo de la corriente de fase nominal y se pueden sobrecargar cuando los conductores del neutro están sobrecargados con la suma adicional de los armónicos triples.

Paneles eléctricos: los paneles diseñados para corrientes de frecuencia fundamental (50 o 60 Hz) pueden convertirse en mecánicamente resonantes a los campos magnéticos

generados por corrientes armónicas de alta frecuencia. Cuando esto sucede el panel vibra y emite un enérgico sonido a las frecuencias armónicas.

Sistemas de telecomunicaciones: los sistemas de telecomunicaciones son a menudo los que primero muestran indicios de problemas con los armónicos. Los cables de telecomunicaciones comúnmente se colocan junto a los conductores neutros. Sin embargo, los armónicos triples en los conductores neutros causan interferencia inductiva la cual puede oírse en una línea telefónica [161][162][18].

Los receptores de televisión residenciales normalmente se conectan en el mismo sistema de alimentación junto a las computadoras personales, los hornos de microondas y las reproductoras de video. Esto trae aparejado la aparición de cierto deterioro de la calidad de la imagen, especialmente en la televisión analógica.

Transformadores: algunos edificios comerciales tienen un transformador de 208/120 V en una configuración delta-estrella, que alimenta los tomacorrientes del edificio. Las cargas monofásicas no lineales conectadas a los tomacorrientes producen armónicos triples, los cuales algebraicamente se suman de forma aditiva en el neutro. Cuando la corriente de neutro alcanza el transformador, se refleja en el interior del devanado primario en la delta, donde circula y causa sobrecalentamiento y fallas al transformador.

En un transformador pueden ocurrir problemas por pérdidas de corrientes parásitas y por pérdidas de cobre. Los transformadores normalmente se dimensionan para una carga de corriente de fase a 60 (o 50) Hz solamente. Las corrientes armónicas de frecuencias superiores provocan un incremento en las pérdidas debido a corrientes parásitas y al efecto pelicular, lo que resulta en un mayor calentamiento que el que ocurriría con la misma corriente a 60 (o 50) Hz. Estos efectos de calentamiento demandan que los transformadores se sobredimensionen para cargas armónicas o se reemplacen por “*transformadores de factor k*” [140].

Galli y Cox en 1996 [47], estudiaron el incremento de la temperatura de trabajo en el devanado de los transformadores que alimentan cargas no lineales. Las pruebas se hicieron a transformadores típicos de distribución: uno de 50 kVA y dos de 25 kVA especialmente contruidos con termopares empotrados en sus devanados. Las mismas mostraron que cuando se someten a corrientes de plena carga (nominales), que presentan valores de distorsión armónica de bajo orden (armónicos 3, 5, 7) de hasta un 40 % de *THD*, el

incremento de la temperatura promedio del devanado es de 2° a 7° C más caliente que para corrientes sinusoidales de plena carga. Este estudio concluye además, que la norma actual para el dimensionamiento de pequeños transformadores de distribución alimentados con corrientes no sinusoidales [88], brinda buenas estimaciones de cargabilidad con errores de hasta un 4 % en los transformadores probados.

Generadores: los generadores “*Standby*” están sujetos al mismo tipo de problemas de sobrecalentamiento que los transformadores. Los mismos son todavía más vulnerables, debido a que a menudo proveen un respaldo de emergencia para cargas productoras de armónicos. Además, la aparición de múltiples cruces por cero de la onda del voltaje (“*voltage notching*”) puede afectar el funcionamiento de sus circuitos de control y de tiempo [86].

Aislamiento: el tiempo de vida de numerosos dispositivos eléctricos se afecta severamente por la aparición de distorsión armónica en el voltaje de alimentación. Independientemente del cumplimiento de los límites dados por la norma IEEE-519 y en dependencia del orden del armónico, la vida útil se puede reducir dramáticamente, particularmente cuando las resonancias armónicas aumentan el valor pico de la onda del voltaje de alimentación. Este riesgo se incrementa a medida que aumenta el orden del armónico [19].

Características de funcionamiento: la circulación de corrientes armónicas en los devanados de las máquinas rotatorias y en transformadores conlleva al empeoramiento de sus características de funcionamiento. Esto incluye las curvas de eficiencia, factor de potencia, vida útil y momento de arranque, según corresponda.

Interacciones: la aparición de resonancias y de interacciones inesperadas entre diferentes elementos en un sistema de potencia, suele conllevar generalmente a la rotura de costosos equipos o a su mal funcionamiento. Los bancos de capacitores, los sistemas de control con equipos de electrónica sensible y los transformadores son algunos de los afectados.

Wu y otros abordaron en 1998 [174] las constantes fallas de los capacitores de los filtros pasivos empleados para mitigar los armónicos introducidos por tres grandes rectificadores de seis pulsos, en una planta de plástico. Los autores concluyeron que los problemas de amplificación armónica causados por la reducción de capacitancia de los capacitores de los filtros y los cambios en la impedancia del sistema se deben investigar cuidadosamente, pues los puntos de resonancia paralelo se pueden trasladar hacia regiones inesperadas. En

este caso práctico también se muestra como los filtros de diferente sintonía pueden provocar amplificaciones peligrosas al interactuar entre sí.

Esta interacción también se aborda en [16], en un lenguaje muy claro y comprensible, con ayuda de una gráfica de impedancia en función de la frecuencia para un sistema de cuatro filtros “*shunt*”. Es decir, con cuatro ramas sintonizadas a diferentes frecuencias.

Un excelente compendio sobre los efectos perjudiciales de los armónicos puede encontrarse en la norma IEEE-519 [85]; así como en el informe dado en [95] por la Fuerza de Trabajo de la IEEE en 1993.

1.2.3 Mediciones.

La bibliografía consultada es rica en mediciones realizadas a distintos niveles en diversos sistemas eléctricos. Emanuel, Orr, Cygansky y Gulachenski [41] (1991), reportaron mediciones sobre cinco alimentadores de distribución. En 1993 [40] los mismos autores reportaron mediciones en seis sitios de consumidores: cuatro residenciales / comerciales y dos ligeramente industriales. Etezadi-Amoli y Florence [42] (1990) reportaron sobre un programa de medición que involucraba una amplia variedad de sitios de transmisión y distribución. Govindarajan, Cox, y Berry [55] (1991) midieron 76 sitios en el sistema de una compañía eléctrica; incluyendo tanto localizaciones en sistemas de distribución general; así como sitios de grandes consumidores industriales.

Todos estos estudios mostraron una dominancia de los armónicos de bajo orden para la mayoría de los casos incluyendo muchos de los sitios industriales grandes. También evidenciaron la naturaleza variable de los armónicos tanto en magnitud como en fase.

Los adelantos obtenidos en la electrónica y las telecomunicaciones [173][165] posibilitan realizar proyectos ambiciosos de manera rentable incluso en la medición de consumidores residenciales [68][118]. Estos avances permiten la aplicación de técnicas de estimación de estado partiendo de mediciones a diferentes niveles en los sistemas de potencia.

Inicialmente Heydt y otros (1989 [69], 1991 [125]) enfocaron esta técnica hacia la identificación de las fuentes de señales armónicas a partir de mediciones armónicas de los flujos de líneas y voltajes de barra. Melioupoulos y otros en 1994 [149], reorientaron el problema hacia la estimación de un amplio conjunto de variables de estado armónicas empleando el método de los mínimos cuadrados. Du, Arrillaga y Watson en 1996 [37], presentaron una formulación multifásica de estimador de estado armónico con un modelo

reducido para mejorar la eficiencia computacional, pero necesitaba un instrumento diseñado al cliente.

Recientemente, Gou y Abur (1998, [54]) lograron una formulación en el dominio del tiempo con una gran flexibilidad en la representación de dispositivos no convencionales: controles, límites, etc. Pero presenta una tendencia al rápido crecimiento de la dimensión del problema con el crecimiento de tamaño del sistema y la necesidad de mediciones de alta velocidad de muestreo y sincronismo.

1.2.4 Normativas para el control de armónicos.

Varias son las normas relacionadas directa o indirectamente al tema de la generación y propagación de armónicos, las que se pueden resumir de la siguiente forma [144]:

1. La norma IEEE 519 publicada en 1981 [83]. Proporcionó los primeros lineamientos para limitar armónicos en el sistema. Por debajo de los 69 kV se recomienda mantener la distorsión de voltaje a menos del 5%. Para voltajes mayores de operación del sistema se recomendaban niveles de distorsión menores.
2. La norma IEEE 519 se revisó en 1988 [84]. Según [16], la norma IEEE 519-1981 [83] contenía directrices y prácticas recomendadas para los límites de los picos abruptos de la corriente de línea ("*notching*" o "*line-notch*") provocado por la conmutación de las válvulas, límites de distorsión de voltaje, límites de influencia telefónica, y límites para los "*flickers*". Pero trataba solamente con los efectos acumulativos y no abordaba la cuestión de *cómo se debía distribuir entre los usuarios individuales la capacidad del sistema de absorber armónicos*, lo que fue introducido en la actualización de 1988, donde se describieron dos criterios para evaluar la distorsión armónica. El primero es una limitación en la corriente armónica que el usuario puede transmitir hacia el interior del sistema de la empresa eléctrica. El segundo es la calidad del voltaje que la empresa eléctrica debe proveer al usuario.
3. La norma IEEE 519 se revisó en 1992 [85]. La limitación del 5% para el voltaje permanece, mientras que existe una limitación en distorsión de corriente en el punto en el que la empresa eléctrica y el usuario se enlazan. Este límite de distorsión de corriente está en el rango de 2.5% a 20% dependiendo del tamaño del usuario y del voltaje del sistema. Este documento proporcionó además una guía sobre la

- profundidad del vado (“*notch*”) y áreas asociadas con los dispositivos de conmutación electrónicos, así como consideraciones para interferencias telefónicas.
4. La norma IEEE 519 está siendo revisada desde Julio del 2000 [86]. El alcance del documento redactado como borrador para ser revisado por las diferentes partes involucradas no incluye la revisión de los niveles límites de la IEEE 519-1992. Su objetivo es más bien proveer información que ayudará a los usuarios y a las empresas eléctricas en el cumplimiento de sus requerimientos, así como en el control de los niveles armónicos para evitar problemas.
 5. La norma ANSI/IEEE 18 [82] proporciona limitaciones para bancos de capacitores en paralelo que permitan distorsión armónica significativa:
 - 110% del voltaje *rms* nominal.
 - 120% del voltaje pico nominal *rms*.
 - 180% de la corriente nominal *rms*.
 - 135% de los kVAR nominales.
 6. La norma ANSI/IEEE C57.12.00 [89] y la C57.12.01 [90] proporcionan la limitación para distorsión de corriente en transformadores del 5% de plena carga. Este valor puede fácilmente excederse cuando la carga productora de armónicos en un transformador exceda del 10% al 20% de la capacidad del transformador en kVA.
 7. La norma ANSI/IEEE C57.110 [88] proporciona una práctica recomendada para establecer la capacidad de un transformador cuando la distorsión excede el 5%.
 8. En 1992 “Underwriters Laboratories (UL)” revisó las normas UL 1561 [168] y UL 1562 [169] para exponer la capacidad armónica de transformadores cubiertos por estos dos documentos. Los cambios se basan en el método de clasificación denominado “*Factor k*”, el cual se deriva de la norma IEEE C57.110, y define un sistema de clasificación de transformadores cuando la distorsión de corriente excede el 5%. Esto ha dado como resultado que muchos fabricantes ofrezcan transformadores con clasificación de *Factor k* [140].
 9. En la Tabla 310, Nota 10(c), del “*National Electric Code (NEC)*” [126], se anota que “en un circuito estrella de tres fases, cuatro hilos donde la porción mayor de

carga es no lineal como alumbrado de descarga eléctrica, computadoras electrónicas / procesamiento de datos, o equipos similares”, “existen corrientes armónicas presentes en el conductor neutro, y el neutro deberá considerarse como un conductor portador de corriente”.

10. Una revisión preliminar de 1992 de la ANSI C82C.1, “Especificación para balastos de lámparas fluorescentes de alta frecuencia” [5], recomienda una I_{THD} de 32%. Como resultado de la preocupación en esta área, se han diseñado recientemente balastos electrónicos con $I_{THD} < 15\%$.
11. La norma ANSI C82C.11-1993, limita las corrientes armónicas de los balastos electrónicos a menos de un 32% y a las triples a menos de un 30%. Esto ha provocado la aparición de numerosos trabajos orientados hacia el interés de los fabricantes [163][35][44][48][175][15][141][142][36].

De todas estas normas norteamericanas, la más citada en la bibliografía consultada resulta ser la IEEE 519 ([83][84][85][86]). Según [86] la terminología y las definiciones empleadas en la misma tratan de ser consistentes con las normas de la IEC [74] y de la IEEE [80]. En este sentido aprovecha una técnica desarrollada en la IEC Standard 61000-3-6 [78] que emplea el término de “*Factores de Peso*” para calcular una “*Potencia de Distorsión Pesada*” para caracterizar la magnitud de la carga distorsionante dentro de los circuitos de los consumidores. Esta técnica es de fácil implementación al no requerir de sofisticados procedimientos de cálculo. Su uso se dirige a los estados iniciales de caracterización de circuitos a través de un procedimiento simplificado en la metodología propuesta en [86].

Con respecto a la IEC 61000-2-2 [75], la 519 emplea el concepto de “*Distribución de Probabilidad*” para caracterizar las variaciones en los niveles de armónicos en el tiempo. Para ello propone comparar los límites armónicos en estado estable con el nivel de armónicos medido que no excede el 95 y el 99% del tiempo (puntos de probabilidad del 95 y 99% en la mencionada curva) en aras de la compatibilidad. Además propone emplear el mismo tiempo de muestreo (tres segundos) que la IEC 61000-4-7 [79] en el proceso de caracterización de los armónicos de corta duración.

En [86] se plantea claramente que los límites de la IEEE 519 nunca fueron proyectados para cubrir pequeños servicios monofásicos tales como los usuarios residenciales. Sin

embargo, en la sección correspondiente a “Aplicación de los límites de armónicos para usuarios residenciales” se expone información de interés general para el control de los niveles de distorsión sobre todo el sistema de distribución completo. Una buena parte de esta información proviene de dos normas europeas (la IEC 61000-3-2 [76] y la IEC 61000-3-4 [77]) que si limitan los niveles de inyección en los sistemas de suministro de bajo voltaje públicos.

También se hace referencia a la norma IEC 776-1993 [87] y la IEC 1137-1991 [81] en la sección referente a las “Técnicas de mitigación armónica” para hacer consideraciones generales sobre la interferencia telefónica. Otras publicaciones han reportado el tema de la “Coordinación Inductiva” para resolver problemas de distorsión en los sistemas de comunicación [161][162].

1.2.5 Control de la propagación de los armónicos.

Existen dos aspectos fundamentales en la solución de problemas relacionados con armónicos: los estudios de mitigación armónica y los de compensación de reactivo o mejora del factor de potencia. Estos tienen una enorme relación con un tercero que es el de modelación armónica, sin la cual sería muy difícil o prácticamente imposible abordar la mayoría de los estudios relacionados al control de la propagación de los armónicos.

En la bibliografía existen numerosas técnicas, modelos y propósitos [7][170][9] [91][153] de modelación; pero la Fuerza de Trabajo de la IEEE ha publicado compendios muy completos donde han quedado resumidos los aspectos más importantes de los mismos [91][92].

Los problemas de distorsión armónica en redes eléctricas de potencia se pueden resolver a través de tres formas diferentes o mediante sus combinaciones. Estas son la instalación de 1) cargas menos contaminantes, 2) filtros pasivos y 3) filtros activos [52][53].

En 1970 [34], Dewan y otros abordaron la solución del problema de los armónicos en los convertidores. Para ello propusieron y analizaron tres vías: 1) modificando los circuitos de manera que los armónicos no sean generados (por ejemplo rectificadores de mayor número de pulsos), 2) instalando componentes de estado sólido que absorban las corrientes armónicas generadas y 3) instalando filtros pasivos de entrada.

El abaratamiento de ciertos dispositivos y la aparición de notables adelantos técnicos han propiciado la aparición de numerosos trabajos que aprovechan las ventajas de los métodos propuestos por Dewan tanto de forma pura como combinada.

Por ejemplo, Moham en 1993 [119] presentó un novedoso circuito para reducir la corriente de línea en un rectificador trifásico de potencia. Su desarrollo híbrido presenta ventajas respecto a los puramente activos o pasivos como bajo costo y altas prestaciones.

Los balastos empleados en la iluminación fluorescente han recibido una esmerada atención recientemente [163][35][44][48][175][15][141][142][36]. La motivación se ha acelerado por su creciente uso y el interés de sus fabricantes por cumplir las exigencias de las normas impuestas a su empleo. Otro gran esfuerzo se ha dedicado a la disminución de las inyecciones de diversos equipos electrónicos [14][127][107][17][66][151][172].

El empleo de *Filtros Pasivos* ha sido quizás el más explotado de los métodos de mitigación armónica empleados [103]. Ha dado lugar al uso de diversos tipos de dispositivos que se conectan tanto en serie como en paralelo a diferentes niveles de los sistemas eléctricos de potencia. Para su estudio se pueden agrupar en los siguientes tipos:

Filtro paralelo: su misión es conformar un paso de baja impedancia para absorber las corrientes armónicas inyectados por las cargas contaminantes.

Filtro serie: su misión es oponerse mediante una impedancia elevada, a la circulación de las corrientes armónicas provenientes de cargas no lineales.

Filtros pasa banda: su misión es permitir el paso de los armónicos existentes en un determinado rango de frecuencia y oponerse a su paso fuera de este rango. Existen configuraciones serie (como el *Filtro Paso Bajo de Banda Ancha* [86]) y otras conectadas en paralelo. Estos últimos pueden ser de primer orden, segundo orden, tercer orden y de tipo C [9].

De todos ellos, los filtros sintonía simple conectados en paralelo o *Filtros LC Tipo Shunt* han sido los más ampliamente empleados para resolver problemas de mitigación en sistemas eléctricos de potencia [103].

La misión de los *Filtros Activos* es inyectar corrientes armónicas en contra fase a las producidas por las cargas no lineales a fin de cancelarlas [86][9]. Tienen la ventaja de dar una adaptiva y rápida respuesta, sin presentar las perjudiciales interacciones de los *Filtros Pasivos*; pero su costo es más elevado [103].

Key y Lai presentaron en 1998 [104], un estudio que analiza siete métodos de mitigación armónica aplicables a los sistemas de distribución de edificaciones. Estos métodos se estudian para un circuito ejemplo específico donde la carga contaminante está constituida por computadoras alimentadas a través de *Fuentes de Potencia en Modo Conmutado* (“*Switch-mode Power Supplies*” ó *SMPS*”). Tanto métodos activos como pasivos fueron comprendidos en este estudio y comparados en cuanto a sus características de compensación.

Cuatro métodos habían sido previamente estudiados por los autores [105]:

1. Construidos dentro de equipamiento:
 - Un inductor serie adicionado en el circuito de entrada (FIS).
 - Un convertidor de retroalimentación activa con circuito de conformación de la corriente (“*Boost Converter Current Shaping*” o *BCCC*).
2. Conectados a los tomacorrientes de alimentación:
 - Un filtro conectado en paralelo, con rama LC resonante serie (FRCP).
 - Un filtro conectado en serie, con rama LC resonante paralelo (FRCS).

Otros tres métodos externos adicionales fueron considerados:

1. Filtro de bloqueo de la corriente de neutro (FCN).
2. Filtro de aterramiento de autotransformador en Zig-Zag (FZZ).
3. Filtro de potencia activo.

Según [104] el “*BCCC*” es el mejor camino en términos de comportamiento, de mitigación armónica y de reducción de pérdidas en las líneas. La única preocupación que presenta es el costo por el fabricante de equipos original.

Lai y otros autores acentuaron en 1993 [105], que con un inductor serie, las corrientes armónicas de una “*SMPS*” se pueden disminuir significativamente para cumplir las normas de la IEC [76][77]. Pero aunque su costo parece ser potencialmente menor, su reducción de pérdidas no es suficientemente alta como para beneficiar a los usuarios [104].

Los filtros pasivos (incluyendo FRCP, FRCS, FCN) son efectivos en la supresión de armónicos triples, pero tienden a distorsionar la forma de onda del voltaje.

La técnica de auto cancelación de armónicos en puntos donde convergen las corrientes trifásicas razonablemente balanceadas es un método aplicable en los centros de carga

[110][140]. Los FZZ aprovechan esta técnica para eliminar el tercer armónico mediante devanados conectados en Zig-Zag [110]. Ciertos fabricantes ofrecen una amplia gama de otros productos que, bajo el mismo principio, cancelan diferentes combinaciones de armónicos (3°, 5°, 7°, 9°, 11°, 15° y otros) con elementos que se conectan tanto en serie como en paralelo [140].

Para el caso mostrado en [104], tanto el FRCP como el FZZ tienen como característica la de inyectar corrientes que aumentan el desfase con respecto al voltaje, empeorando el factor de potencia de desplazamiento, especialmente bajo condiciones ligeras de carga. Otro efecto colateral relacionado a estos dos filtros de conexión en paralelo es el aumento de la generación de armónicos de orden elevado por parte de las “*SMPS*” que se alimentan a través de ellos.

Con respecto al filtro de potencia activo Key y Lai [104] plantean que se comporta bien en términos de mitigación armónica, pero no en la reducción de pérdidas de cableado debido a que su instalación es bien lejos de las cargas monofásicas contaminantes. No obstante la literatura es abundante en artículos donde estos se emplean no solo para mitigar, sino también para reducir pérdidas en los sistemas [6][2][132][29][57].

Du, Burnett y Fu (1998, [38]) han realizado también estudios relacionados con los problemas de armónicos en edificios de oficinas. Sus propuestas van desde el agrupamiento de cargas o circuitos disímiles, reducción de la impedancia de los alimentadores, así como diluir las cargas armónicas contaminantes con las cargas lineales, etc. Estas estrategias se pueden implementar en la etapa de diseño de los sistemas de distribución de este tipo de edificaciones.

Hansen, Nielsen y Blaabjerg [67] apoyan la mezcla de cargas monofásicas y trifásicas no lineales entre sí. Su propuesta se sustenta en que a menudo los armónicos quinto y séptimo de las corrientes de estos tipos de cargas están en contrafase.

1.3 Compensación de potencia reactiva en sistemas contaminados con armónicos.

Numerosos trabajos científicos se han dedicado a este aspecto de creciente interés en los últimos años. De manera general estos se pueden dividir en aquellos que se basan en el empleo de medios pasivos o activos para realizar la compensación. La gran mayoría ofrece un enfoque determinístico del problema aunque también se han reportado desarrollos mediante técnicas estadísticas.

1.3.1 Compensación mediante elementos pasivos.

En los numerosos artículos dedicados a este tema, se distinguen dos tendencias fundamentales: la que trata la compensación mediante capacitores solamente y la que utiliza tanto capacitores como filtros pasivos tipo “*shunt*”.

1.1.1.1 Empleo de capacitores solamente.

El empleo de capacitores en la mejora del factor de potencia y disminución de las pérdidas es una práctica bastante extendida [134]. Durante la primera mitad de la década de los 80, la mayoría de las simplificaciones hechas al *Problema de Colocación de Capacitores* en sistema de distribución fueron eliminadas. Grainger ha aportado excelentes trabajos donde se han depuesto la distribución uniforme de la carga y de los tamaños de los conductores [60][59][31]. Baran en 1989 [12], reformuló el problema para tener en cuenta la naturaleza discreta de los capacitores.

Pérez Abril (1995, [134]), desarrolló un método matemáticamente fundamentado que conjugaba armónicamente la mejora del factor de potencia y la reducción del consumo de energía en sistemas eléctricos. El mismo permite determinar la ubicación, capacidad, tipo y control de los bancos de capacitores que aseguran la optimalidad técnico-económica de la compensación.

Desdichadamente, estos trabajos consideraban que toda la carga era lineal. En la práctica una parte de la misma es no lineal y está compuesta por elementos que inyectan armónicos a la red [86]. Consecuentemente, si los capacitores no son adecuadamente dimensionados y colocados; pueden provocar resonancias que amplificarían peligrosamente las señales armónicas [108][129], cuyos efectos perjudiciales ya se han abordado.

Algunos esfuerzos se dirigieron hacia los efectos de los armónicos sobre la automatización de la conexión y desconexión de capacitores [148]. Pileggi, Chandra y Emanuel (1881, [139]), así como Kraft y Heydt (1984, [108]), propusieron algunos métodos para predecir la propagación armónica y las condiciones de resonancia en los sistemas de distribución. Obviamente la resonancia puede ser trasladada hacia otras frecuencias no disturbadoras, mediante la relocalización y redimensionamiento de los capacitores; pero esto puede reducir drásticamente los ahorros netos para los que los capacitores “*shunt*” son seleccionados y ubicados.

En 1989, Baghzouz propuso un método para integrar la distorsión armónica en la formulación del problema de colocación de capacitores. Sin embargo, supuso que los armónicos eran generados en la subestación solamente y que todas las cargas eléctricas eran lineales, cuando en la mayor parte de las situaciones prácticas la distorsión es causada por cargas no lineales [86].

Este autor en 1991 [11], presentó un método para tener en cuenta los armónicos inyectados por cargas no lineales en el *Problema de Colocación de Capacitores*. Basándose en ciertas simplificaciones logró conjugar la selección de capacitores y la modelación del sistema tanto a la frecuencia fundamental como a las frecuencias armónicas. El método lograba determinar y actualizar las corrientes armónicas inyectadas y los voltajes armónicos resultantes durante un cambio en el perfil de capacitores.

La *Función Objetivo* a maximizar consistía en los ahorros netos resultantes de la reducción de pérdidas de potencia (en el pico) y de energía, después de sustraer los costos de los capacitores. Además impuso límites en el valor “*rms*”, valor pico y factor de distorsión armónica total (“*THD*”) de los voltajes de barra. La meta era encontrar el número de capacitores fijos y variables que maximizara la *Función Objetivo*.

A pesar de los logros obtenidos, esta metodología presentaba notables dificultades: 1) la solución óptima se encontraba mediante una enumeración exhaustiva, 2) los modelos de cargas lineales y no lineales eran muy simples y 3) no tomaba en cuenta dispositivos de mitigación armónica considerando solo la compensación mediante capacitores.

Por su parte Ortmeyer y Zehar (1991, [129]), propusieron un método que permite realizar el diseño armónico de sistemas de distribución realizando solo pequeños cambios en la localización de los capacitores, lo cual no afecta sustancialmente el comportamiento a 60 Hz. Para ello emplearon las sensibilidades de los ceros y polos de la impedancia del sistema, en el punto de conexión de una fuente de armónicos.

Aunque en realidad el conocimiento de estas sensibilidades puede ayudar al diseño, este desarrollo consta de ciertas debilidades: 1) solo es aplicables en sistemas con un solo convertidor de gran magnitud, 2) permite la selección del capacitor a mover, pero no dice hacia donde en forma explícita y 3) no se optimiza una función de costos, más bien se evita la ocurrencia de problemas.

1.1.1.2 Empleo de capacitores y filtros.

Smith en 1991[155], propuso hallar la frecuencia de resonancia de un capacitor mediante una ecuación que emplea los MVA de cortocircuito y los de la batería. Si la misma indica valores cercanos a los armónicos característicos, el autor propone filtrar de alguna manera las corrientes armónicas, donde los capacitores pueden formar parte del circuito de filtros pasivos resonantes LC. Cuando haya varias frecuencias de resonancia, sugiere dividir los capacitores de mejora del factor de potencia en varios bancos y sintonizar los filtros a diferentes frecuencias, pero lamentablemente no brinda criterios económicos para la selección de estos capacitores y / o filtros.

En 1993 Richard y Yang [145] emplearon un algoritmo genético para encontrar la peor combinación de variables en un sistema de distribución con el objetivo de diseñar soluciones a los excesos armónicos potenciales. Esta información era empleada para dimensionar y situar filtros correctivos en un proceso que puede repetirse hasta satisfacer los lineamientos de la IEEE 519 [83][84][85][86].

No obstante a la originalidad de los autores al emplear la capacidad de los algoritmos genéticos para encontrar máximos globales de funciones multimodales de muchas variables en un amplio espacio de búsqueda; su propuesta presenta ciertos inconvenientes: 1) no se toman en cuenta ni los costos de los elementos involucrados ni los de la energía y 2) son necesarias demasiadas evaluaciones del estado del sistema (simulaciones del circuito).

Chu, Wan y Chiang (1993, [30]) investigaron la optimización de capacitores y filtros sintonizados basada en costos, restricciones armónicas y consideraciones de frecuencia fundamental mediante una formulación combinatoria, no-diferenciable del problema. A pesar de ser un desarrollo bastante completo, este trabajo presenta como inconvenientes el emplear un flujo de cargas con armónicos demasiado orientado hacia sistemas radiales, emplear solamente un modelo de carga paralelo y no incluir restricciones para cada armónico individual. Además de esto, no se tienen en cuenta en la función objetivo los criterios de evaluación económica en el tiempo y por tanto no se evalúan ni la depreciación ni los costos residuales de los elementos involucrados.

Para Ortmeyer y Hiyama (1996, [128]) el desarrollo anterior ([30]) presenta cierto atractivo, pero es muy complejo y deja al planificador (proyectista) con una pequeña percepción de la naturaleza interior del comportamiento de sistema. Basándose en este

hecho propone dividir el proceso de diseño en dos pasos: colocar primero los recursos reactivos para optimizar el comportamiento a 60 Hz y luego considerar el comportamiento armónico del sistema como un problema separado. Durante la realización del segundo paso, algunos recursos de compensación originalmente catalogados como puramente capacitivos se transforman en filtros sintonizados de igual potencia reactiva a la fundamental.

Aunque este algoritmo resulta más claro y didáctico para un proyectista, hace que la optimalidad se pierda; puesto que, aunque los filtros correctivos mantienen la potencia reactiva originada en el primer paso, necesitan un número mayor de kVA capacitivos para contrarrestar el efecto inductivo de sus bobinas. Este costo adicional no se toma en cuenta por los autores ni tampoco el costo mismo de los inductores adicionados.

Los filtros sintonizados han permanecido como el método de confinamiento más favorecido en los últimos 60 años. Los diseños robustos y simples, la operación casi libre de mantenimiento y (comparativamente) el bajo costo, mantiene a los filtros sintonizados como un importante accesorio de los grandes convertidores. Incluso en la actualidad, cuando los filtros activos han empezado a emerger como el medio más efectivo para la preservación de la calidad de la energía, los ingenieros consultantes prefieren los filtros pasivos sobre los activos (Kawann y Emanuel, 1996, [103]).

Estos autores [103], presentaron un estudio comparativo de los costos de filtros pasivos “*shunt*” para bajo y medio voltaje. Los costos se presentan en función de los kVA de la carga servida por el filtro, la potencia reactiva a 60 Hz producida por el filtro y la potencia aparente total de la carga que no es de 60 Hz (de acuerdo con las formulaciones hechas por un grupo de trabajo de la IEEE en [96]).

Su formulación permite hallar los valores óptimos de capacitores e inductores que conforman un filtro de varias ramas sintonizadas en paralelo, para lo cual emplean una función suma de los costos de cada rama. Los costos de los capacitores e inductores instalados en cada una de ellas son aproximados por ecuaciones lineales. La potencia reactiva total del filtro a 60 Hz se impone como cota en el problema, resuelto por el método de los multiplicadores de Lagrange [65][71].

No obstante a superar la consideración del costo de forma individual de cada rama del filtro abordada por Kimbark (1971, [106]) y Arrillaga (1985, [7]), esta formulación presenta ciertas debilidades: 1) no considera la reducción o aumento de pérdidas en el circuito dentro

de la *Función Objetivo* y 2) no optimiza todos los filtros a colocar en una industria, sino uno solo de varias ramas colocado en determinado lugar.

Las observaciones finales de Kawann y Emanuel [103] con respecto a las ventajas y desventajas del empleo de un único centro de filtros en circuitos con un conjunto de cargas no lineales de una potencia aparente total en exceso a 1 MVA; pueden ser confirmados a través del caso práctico dado en 1998 por Wu y otros en [174].

1.3.2 Compensación mediante elementos activos.

Los acondicionadores de potencia electrónicos pueden ser controlados para eliminar activamente los armónicos y mejorar el factor de potencia [104][6], cuyo punto crítico es el cálculo rápido y adecuado de la corriente de compensación requerida [104]. En un sistema de potencia trifásico, la potencia armónica instantánea se puede descomponer por el método de la transformada de Park [1][131] e incluso por otras definiciones de potencia.

El tema de las definiciones ha sido tratado ampliamente para el caso trifásico (1989 [1], 1996 [123], 1998 [121]), obteniéndose resultados que se aplican en la compensación instantánea de potencia reactiva [39][152][121][6]. Pero ciertas definiciones chocan con insuficiencias al afrontar casos particulares de desbalance y no se les ha encontrado una interpretación física apropiada. Algunos autores plantean formulaciones interesantes, pero todavía no existe consenso de aceptación general (1996 [96]).

La búsqueda se encamina a la obtención de formulaciones que además de un significado físico preciso, ofrezcan posibilidades de implementación práctica en la medición y control de la propagación de armónicos (2000 [86], 1996 [156]), e incluso de penalizaciones económicas al respecto (1998 [46]).

Muchas de estas definiciones y conceptos convergen en los dispositivos de una nueva tecnología emergente: los *FACTS* (“*Flexible AC Transmission Systems*”) [6][100][152]. Este fue el nombre de un programa comenzado por el EPRI (“*Electrical Power Research Institute*”) en los años 80 y cuyo resultado es una tecnología que aborda una gran cantidad de necesidades de calidad de la energía.

Según Hong y Chang (1996, [73]), los filtros activos se consideran los dispositivos más eficientes para la reducción de la distorsión de voltaje causada por armónicos [2][132][29][57]. Sin embargo, la instalación de filtros activos en sistemas de potencia es un problema muy complicado. Los factores concernientes a la instalación incluyen: 1) la

condición de contaminación (fuentes armónicas múltiples o solitarias), 2) la norma armónica, 3) la localización y las capacidades de los filtros activos y 4) la estructura de la red [56][58][22].

El Acondicionador Activo de Líneas de Potencia (“*Active Power Line Conditioner*” ó *APLC*) es un tipo de filtro de tecnología *FACTS*. El *APLC* es un equipo muy eficiente para la reducción de armónicos [56][58][22][49]. Grady (1991 [56], 1992 [58]), empleó un método de optimización para investigar la instalación de un *APLC* en un sistema de potencia para reducir la distorsión de voltaje causada por armónicos. Sin embargo, el desarrollo tiene dos desventajas: 1) solamente se puede considerar un *APLC* para un sistema, cuando realmente se pueden requerir más de uno en casos relacionados con múltiples fuentes de armónicos y 2) las localizaciones y los tamaños de los *APLC* se dan en una forma heurística.

Diversos algoritmos nuevos [22][73][21] basados en [56][58] fueron desarrollados por Chang y Grady junto a otros para vencer las debilidades de [56][58]. En [22] (1994), solamente un *APLC* se puede identificar a partir de un conjunto de nodos candidatos para reducir la distorsión de voltaje mediante dos subproblemas y la solución puede ser solamente cercana a la óptima (es decir subóptima).

Chang también desarrolló un programa de programación no lineal basado en el algoritmo del gradiente reducido generalizado el cual se emplea para encontrar el tamaño y la localización óptimos de un *APLC* para reducir armónicos. A pesar de que la solución es “*óptima*”, solamente puede instalar (o localizar) un *APLC* y obtenerle una dimensión continua (no discreta); puesto que el algoritmo del gradiente reducido puede tratar solamente con las dimensiones de los elementos optimizados como variables continuas.

Para desarrollar estos métodos [56][58][22], Hong y Chang (1996, [73]) propusieron un nuevo método basado en la “*Teoría de la Descomposición de Bender Generalizada*” [49] para determinar las localizaciones y las dimensiones de múltiples *APLC* para múltiples armónicos. Este método tiene las siguientes ventajas:

1. La solución es óptima: la determinación de las localizaciones y tamaños para los *APLC* se formula en conjunto en el método propuesto en lugar de resolverse en dos estados separados como en [22]. Los métodos que consideran estos factores

separadamente son más propensos a alcanzar una solución factible cercana a la óptima.

2. Las inyecciones de corriente de los APLC se minimizan: Las corrientes inyectadas desde los APLC se modelan en la función objetivo con el propósito de alcanzar una instalación mínima.
3. Las localizaciones de los APLC se determinan por costos marginales: Los costos marginales para cada nodo candidato a un APLC se generan a partir de software de programación no lineal en el nivel esclavo del método propuesto. Las localizaciones identificadas para la instalación se varían en cada iteración para obtener localizaciones óptimas; mientras que, las localizaciones previamente identificadas no pueden cambiarse en las iteraciones posteriores en [22].
4. Las dimensiones de los APLC son discretas: A pesar de que las inyecciones de corrientes de los APLC son continuas, sus dimensiones (valores nominales o *ratings*) son discretas. La razón es que la fuente DC en los APLC está implementada mediante capacitores o inductores [2][132][29][57] que son dispositivos discretos.

Otros dispositivos activos [27][26] han sido también empleados para compensar la potencia reactiva [166][17][172] y a la vez contrarrestar las corrientes armónicas [24]. En este sentido existe una vasta experiencia tanto para sistemas industriales [101][63] como para sistemas de distribución [122][10][3] que han dado lugar a excelentes trabajos donde se resumen comparativamente las estrategias de filtrado [150][133]. Sin embargo, estos trabajos en su mayoría no ofrecen metodologías basadas en criterios de optimización tan completos y abarcadores como los dados por Hong y Chang en [49], cuyos notables aportes fueron expuestos anteriormente.

1.3.3 Enfoque estadístico.

Ya desde el año 1991 [11], Baghzouz planteó la necesidad de considerar técnicas basadas en el método de Monte Carlo para obtener una determinación estadística de los tamaños y localizaciones óptimos de los capacitores empleados en la compensación reactiva.

Una solución, cuando las características del sistema son variables, es emplear valores promedios en la optimización del diseño de filtros. Esto se hizo para el caso de una sola fuente de armónicos variable por Richards y otros en 1989 [146]. En 1992 [145] Richards y

Yang emplearon la peor combinación de variables del sistema para filtrar un circuito de distribución, pero empleando un algoritmo genético.

En 1996 [51], Goeke y Wellssow propusieron un modelo de carga estadístico basado en mediciones. Con el mismo lograron calcular la amplitud de voltajes armónicos en un sistema de medio voltaje causado por una variedad de consumidores estocásticos de bajo voltaje. Emplearon una técnica de Monte Carlo y compararon los resultados con mediciones reales.

En 1997 Cavallini, Mazzanti, Montanari y Romagnoli [20]; presentaron un desarrollo probabilístico para el dimensionamiento óptimo de los pasos en una instalación de compensación del factor de potencia a base de capacitores y/o filtros pasivos. El criterio empleado está basado en la estimación del valor medio del potencia reactiva de la carga a través de mediciones y de su procesamiento estadístico.

La caracterización de las cargas por medio de funciones de densidad de probabilidad tanto para la potencia reactiva como para la amplitud de las corrientes armónicas, permite que este análisis se sostenga lo mismo para el caso de ciclos de carga estocásticos como el caso de ciclos determinísticos/estocásticos.

Sin embargo, el desarrollo se orienta hacia la optimización en un solo lugar (el nodo donde se ubican los compensadores) y no hacia la optimización global (incluyendo todos los nodos) del factor de potencia. Además, el desarrollo no propone un método analítico que permita la correcta selección entre capacitores y/o filtros, dejando este a la experiencia ingenieril. El cumplimiento o no de los límites de distorsión dados en la norma IEEE-519 [85][86] se limita a un simple chequeo de los mismos en el proceso, el cual puede invalidar la variante propuesta; pero la proposición de otras nuevas corre a cargo de quien realiza el estudio.

En 1998 [157] Staats y otros presentaron un método estadístico para predecir el efecto que tendría un amplio uso de cargadores de baterías de vehículos eléctricos, en los niveles de voltaje armónico en un sistema de distribución. Su problema fue elegantemente planteado y resuelto mediante una técnica Monte Carlo.

Un resumen de los aspectos probabilísticos de los armónicos en sistemas de distribución fue presentado por la Fuerza de Trabajo en Aspectos Probabilísticos del Grupo de Trabajo en Armónicos de la IEEE en 1998 [94]. Este comprende la caracterización de los datos de

medición solamente, dejando para trabajos futuros la extensión de estos aspectos hacia la adición y propagación estadística de los armónicos en sistemas de potencia.

En general, tanto los estimadores de estado como el enfoque probabilístico, necesitan de un elevado número de mediciones y con un gran sincronismo excepto ciertos casos. Esto resulta complicado y costoso para las empresas de electricidad, a pesar de la existencia de sistemas reales de captación de datos que emplean la tecnología “*GPS*”(1994, [9]) y de literatura científica para su explotación apropiada (1994, [97]).

1.4 Conclusiones Parciales.

Como se ha visto, existe un buen desarrollo en los métodos de optimización para filtros activos, no obstante la mayoría de los trabajos referidos a filtros pasivos (los más utilizados por su bajo costo) tienen limitaciones que es necesario resolver.

Este hecho justifica la necesidad del presente trabajo, que pretende optimizar integralmente la compensación de potencia reactiva y la mitigación armónica mediante elementos pasivos.

CAPÍTULO 2 TÉCNICAS PARA ANÁLISIS DE ARMÓNICOS

En este capítulo se trata el tema referente a las diferentes técnicas de análisis de armónicos existentes, para lo cual se aborda la forma de como se modelan comúnmente las fuentes de armónicos y las componentes de red. Al final se explica un algoritmo típico de una de las técnicas de modelación existentes, conocida como *Flujo de Armónicos*, que se emplea en el desarrollo de la *Metodología de Compensación de Reactivo* propuesta en esta tesis.

2.1 Introducción.

Las formas de onda periódicamente distorsionadas se pueden estudiar examinando los componentes armónicos de las mismas. Los análisis de armónicos en los sistemas eléctricos de potencia investigan la generación y propagación de estos componentes a través del sistema [91].

Descomponer las formas de onda en términos de armónicos tiene varias ventajas, ya que los mismos tienen una interpretación física y una apariencia intuitiva. Como se expresará posteriormente, la red de transmisión se modela generalmente como un sistema lineal, por lo que la propagación de cada armónico se puede estudiar de forma independientemente respecto a los demás. Consecuentemente, las pérdidas se pueden relacionar a las componentes armónicas y las medidas de la calidad de las formas de ondas se pueden desarrollar en términos de las amplitudes armónicas.

Los estudios de armónicos se han convertido en un componente importante del análisis y diseño de los sistemas de potencia [91][92]. De manera general estos se realizan con los siguientes objetivos [93]:

1. Verificación del cumplimiento de límites armónicos.
2. Diseño de filtros armónicos.
3. Diagnóstico y solución de problemas relacionados con armónicos.
4. Dimensionamiento de equipos.

En el desempeño de cada uno de estos estudios, se realiza un proceso común que puede representarse según la Figura 2.1 [93]:

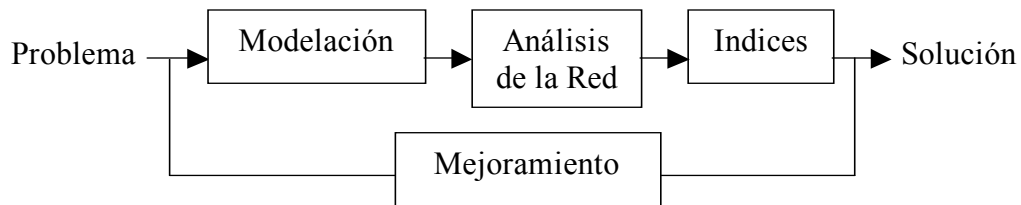


Figura 2.1: Proceso de análisis.

Como se puede apreciar, en todos los casos se parte de un *Problema* al que se le debe proponer una solución mediante cierto *Mejoramiento*. Para lograrlo, se debe realizar un proceso de *Modelación* que involucra un *Análisis de la Red* en estudio; del cual se obtienen una serie de *Índices* que se emplean para la caracterización del estado de la misma. El lazo de realimentación indica que cada medida propuesta implica un paso de comprobación del estado de la red bajo las nuevas condiciones.

Los estudios de armónicos son importantes debido a que la presencia de equipos productores de armónicos está incrementándose [91]. A medida que los armónicos se propagan a través del sistema resultan en un incremento de las pérdidas, disminución de la eficiencia y posible decremento de la vida útil de los equipos; ya que el equipamiento se puede dañar por sobre-corrientes o sobre-voltajes resultantes de resonancias.

En tal sentido se puede plantear que de manera general se manifiestan tres tipos fundamentales de distorsión en los sistemas eléctricos de potencia, en función de las características de las ondas resultantes:

1. Existe un estado periódico y la onda distorsionada se puede expresar por una serie de Fourier cuya frecuencia fundamental es igual a la frecuencia del sistema.
2. Existe un estado periódico y la onda distorsionada se puede expresar por una serie de Fourier cuya frecuencia fundamental es un submúltiplo de la frecuencia del sistema. Este caso se refiere a las cargas que producen subarmónicos.
3. La onda distorsionada es aperiódica pero puede considerarse casi periódica, en cuyo caso se puede expresar por una serie de Fourier en forma exacta o como una aproximación. Este caso se refiere fundamentalmente a cargas como los hornos de arco eléctrico, ya que el proceso de fusión no es periódico. Cuando se hace referencia a armónicos en este tipo de cargas se considera la onda periódica que se

obtendría de mantenerse constante la operación de la carga durante un período de tiempo determinado.

2.2 Técnicas empleadas para análisis de armónicos.

Las técnicas de modelación armónica se pueden dividir en dos grandes grupos: los métodos en el dominio del tiempo y los métodos en el dominio de la frecuencia [170]. También se han empleado métodos híbridos que trabajan en ambos dominios, aprovechando las ventajas de cada uno.

La solución mediante métodos numéricos de las ecuaciones integro-diferenciales que representan el comportamiento de un sistema, constituyen la esencia de los métodos en el dominio del tiempo; para lo cual emplean complejos programas de computación entre los que sobresale el EMTP por su amplia difusión [93].

La principal ventaja de estos métodos es la gran flexibilidad que permiten alcanzar en el modelado de las cargas no lineales al poder representar una gran cantidad de efectos que se producen en las mismas. Lamentablemente requieren de un gran esfuerzo de cálculo (entiéndase velocidad en las operaciones y capacidad de almacenamiento).

Otra desventaja que suele imputársele es la lenta convergencia hacia un estado estable (o libre de transientes de arranque) de la red estudiada, lo que provoca el empleo de prolongados tiempos de simulación cuya magnitud depende del tamaño de la red y de sus constantes de tiempo. Hay que agregar además la inconveniencia de no permitir definir las cargas en términos de potencia.

Los métodos en el dominio de la frecuencia estudian la propagación de cada armónico por separado, para lo cual modelan la red de transmisión como lineal y los elementos no lineales como fuentes de corrientes.

En ciertos casos la modelación de estas cargas contaminantes se lleva a cabo en el dominio del tiempo, para obtener la forma de onda de la corriente inyectada; la que puede descomponerse en armónicos para estudiar la propagación por la red de cada uno por separado, sin la influencia de los demás. En esto consisten las técnicas híbridas.

Las técnicas empleadas actualmente para el análisis de armónicos en sistemas eléctricos de potencia varían en términos de requerimiento de datos, complejidad del modelo, formulación del problema y algoritmos de solución. De manera general estas se pueden agrupar en [93]:

1. Estudios de barrido de frecuencia.
2. Estudios de penetración de armónicos.
3. Flujos de armónicos.

El *Barrido de Frecuencia* es la técnica más sencilla y comúnmente empleada para el análisis de armónicos y presenta los mínimos requerimientos de datos (Capítulo 11 de [93]). En esencia, el barrido de frecuencia determina la respuesta de frecuencia de una red vista desde un nodo particular de la misma. Típicamente, se inyecta una corriente de 1 pu de una frecuencia dada en el nodo de interés y se calcula el voltaje que aparece en dicho nodo. Este cálculo se repite para el rango de frecuencias que se estudia utilizando un incremento determinado para los pasos de frecuencia empleados.

El proceso se basa en resolver la expresión matricial:

$$V_n = Z_n \cdot I_n \quad (2.1)$$

Donde V_n , Z_n e I_n son respectivamente el vector de voltaje, la matriz impedancia y el vector de corriente a la frecuencia f_n estudiada.

En un estudio típico, solo un elemento del vector I_n tiene valor unitario, mientras el resto es cero. En otros análisis se pueden inyectar en las tres fases del nodo estudiado, un conjunto de corrientes de secuencia positiva, negativa o cero.

Los resultados obtenidos son la impedancia equivalente de la red vista desde el nodo seleccionado y representan la respuesta de voltaje de la red a una inyección de corriente de armónico en el punto. Este tipo de estudio es la herramienta más efectiva para detectar resonancias en el sistema y se ha utilizado ampliamente para el diseño de filtros.

En el disco acompañante de este trabajo, se ofrece el listado de un programa editado en *MATLAB* para realizar un barrido de frecuencia en un sistema balanceado que tiene la posibilidad de examinar tanto la impedancia equivalente de Thevenin como la impedancia transferencial entre dos nodos cuando la frecuencia se incrementa desde la fundamental hasta el armónico 50 con incrementos del 10 % de la frecuencia del armónico fundamental. En la Figura 2.2 se muestra como se comporta el módulo de dos elementos de la matriz impedancia de secuencia positiva de una red industrial [135] al variar la frecuencia desde el armónico 1 al 50. La primera gráfica se corresponde con la impedancia propia de un nodo donde se colocan capacitores de compensación en función de sus potencias. La segunda

representa la impedancia de transferencia desde el nodo de un gran rectificador hacia el nodo donde se colocan los capacitores.

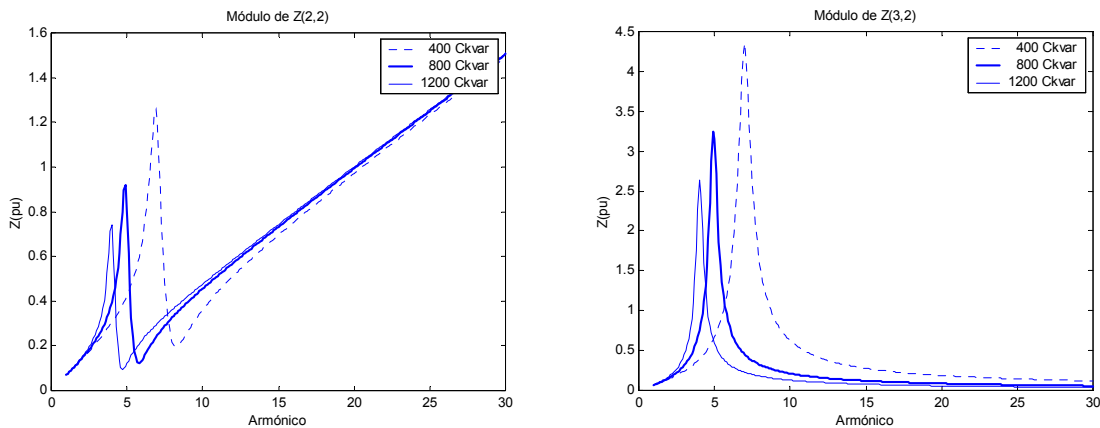


Figura 2.2: Barrido de frecuencia.

Los *Estudios de Penetración de Armónicos* también se conocen como *Métodos de Fuentes de Corriente Constante* [93], y se emplean para determinar información adicional relativa a la distorsión como el cálculo de ciertos índices (Capítulo 2 de [93]) que ayudan a una caracterización más completa de la red.

En estos estudios, la inyección de corriente de magnitud unitaria (1 pu) se reemplaza por una corriente armónica específica; de ahí que sea necesario contar con más datos de las características de la fuente de armónicos.

Las magnitudes de estas corrientes se pueden determinar a partir del espectro armónico específico y de la corriente de carga nominal del equipo productor de armónicos bajo estudio:

$$I_n = I_{No\ min\ al} \cdot \frac{I_{n-Espectro}}{I_{1-Espectro}} \quad (2.2)$$

Donde n es el orden del armónico y el subíndice *Espectro* indica el espectro armónico típico del elemento. Los espectros armónicos típicos de algunas fuentes de armónicos se pueden encontrar en varias referencias [85][86][9] y en algunos casos se ofrecen en los manuales de los fabricantes.

Con esto la ecuación (2.1) solo se resuelve a las frecuencias armónicas para encontrar los voltajes armónicos creados por los equipos contaminantes. Esta técnica se ha extendido al

caso con múltiples fuentes de armónicos, donde los ángulos de las corrientes inyectadas juegan un papel importante en la exactitud del análisis; ya que en dependencia de sus valores los efectos de los armónicos de dos fuentes diferentes, vistos en una barra en particular, pueden lo mismo adicionarse que cancelarse dando lugar a resultados tanto optimistas como pesimistas.

Para realizar un estudio más preciso de estos casos, es necesario realizar un *Flujo de Carga Fundamental*; así como conocer las relaciones de fase típicas entre la corriente de frecuencia fundamental y las corrientes armónicas de los diferentes elementos no lineales involucrados. Esta técnica se conoce como *Flujo de Carga Mejorado* (*Enhanced Power Flow* [93]).

Como resultado del flujo se obtiene la corriente inyectada por la carga hacia el sistema. Asumiendo que esta tiene un ángulo θ_1 , se puede determinar el ángulo de fase de la corriente armónica θ_n mediante:

$$\theta_n = \theta_{n-Espectro} + n \cdot (\theta_1 - \theta_{1-Espectro}) \quad (2.3)$$

Donde $\theta_{n-Espectro}$ es el ángulo de fase típico del espectro de corriente de la fuente de armónicos para la frecuencia n .

Aunque este procedimiento brinda información más precisa para realizar los cálculos, al emplear corrientes y voltajes bases diferentes a los nominales, presenta ciertas desventajas. La fundamental es el empleo de *espectros armónicos típicos* que no son adecuados en los casos de otras condiciones como la carga parcial de estos dispositivos, excesiva contaminación armónica de voltaje y condiciones de desbalance en la red.

Las técnicas de *Flujo de Armónicos* se desarrollaron para estudiar los casos donde la exactitud de los métodos basados en patrones de armónicos típicos son inaceptables. Esto puede estar dado no solo por la naturaleza altamente dependiente del voltaje en la producción de armónicos en los dispositivos; sino también porque en algunos de ellos las relaciones de voltaje-corriente no lineales es tan fuerte que no presentan espectros típicos.

Un flujo de cargas armónico puede definirse como una extensión del flujo de cargas convencional a las frecuencias de los armónicos para el caso de redes que alimentan cargas no lineales [170]. El objetivo central del mismo radica en la determinación de los módulos

y los ángulos de los voltajes para todos los nodos de la red a cada una de las frecuencias armónicas consideradas. Estos voltajes están dados por las condiciones de carga y generación y por los elementos que componen la red que se estudia.

En un flujo de cargas convencional (a la frecuencia fundamental), los voltajes y las transferencias de potencias por las líneas, se calculan mediante el planteamiento de los balances de potencia activa y reactiva en los nodos del sistema.

En un flujo de carga con armónicos, los módulos y argumentos de las tensiones armónicas son incógnitas para las que se necesitan ecuaciones adicionales. Estas ecuaciones adicionales aparecen al plantear el balance que debe existir entre los armónicos.

En la práctica cualquier método matemático apropiado puede emplearse para resolver el sistema de ecuaciones resultante. En la bibliografía especializada los algoritmos que comúnmente se encuentran son dos (Capítulo 7 de [93]):

1. Método iterativo para fuentes dependientes.

Este método modela las corrientes de armónicos generadas por las cargas como fuentes de corriente dependientes del voltaje en cada nodo, así como del conjunto de variables de control (c) de cada dispositivo (como ángulo de disparo de los convertidores, potencia de salida, etc.):

$$I_n = F(V_1, V_2, \dots, V_H, c) \quad n = 1 \dots H \quad (2.4)$$

Los valores iniciales de estas fuentes se calculan a partir de un estimado de su voltaje de alimentación, donde un flujo de cargas a la frecuencia fundamental sería una buena variante. Estos valores se van actualizando a medida que se suceden las iteraciones con valores más precisos de los voltajes de armónico en cada punto mediante el empleo de (2.1). El proceso se detiene al alcanzar la convergencia.

Este método ha demostrado un comportamiento adecuado en cuanto a convergencia en muchos casos, aunque se reportan dificultades en casos donde existen resonancias muy pronunciadas. Esta dificultad puede ser notablemente disipada mediante la inclusión de la impedancia de las cargas no lineales en su representación a través de fuentes de corrientes [91][93].

2. Método de Newton-Raphson.

Este método parte de resolver el sistema de ecuaciones de la red y de los dispositivos generadores de distorsión en un solo sistema de ecuaciones no lineales con la ayuda del método de Newton-Raphson.

En teoría la convergencia de este método es mejor que el anterior si la aproximación inicial está cerca del punto de solución; contrariamente, involucra una mayor tarea de cálculo y necesita que las derivadas de los modelos de los dispositivos se puedan calcular eficientemente.

2.3 Modelación de un sistema eléctrico de potencia.

El único modo efectivo para estudiar la generación y propagación de armónicos en un sistema eléctrico de potencia, consiste en la simulación del sistema a partir del modelo de comportamiento de sus componentes a frecuencias armónicas.

En tal sentido en [111] se plantea que *“en la operación en estado estable las corrientes armónicas que entran en la red de alterna pueden ser consideradas que son inyectadas desde fuentes ideales de corriente”*, y por tanto que *“el sistema completo puede ser modelado como un ensamblaje de elementos de impedancias pasivas con corrientes que son inyectadas en las localizaciones de las fuentes”*. Por esta razón resulta conveniente conocer cómo se modelan los diferentes componentes de un sistema eléctrico de potencia.

2.3.1 Capacitores.

Se consideran los elementos ideales por excelencia y se modelan como una admitancia de capacidad C constante [111]. También se puede incluir un factor τ , que tenga en cuenta su conductancia de fuga ó sus pérdidas activas:

$$Y_C^k = (\tau + k \cdot j) B_C^1 \quad (2.5)$$

Donde k es el orden del armónico y:

$$\tau = \frac{G_C^1}{B_C^1} \quad (2.6)$$

Siendo $B_C^1 = j \cdot \omega^1 \cdot C$ la admitancia capacitiva paralelo al primer armónico.

2.3.2 Reactores.

Si se considera que no se saturan o que trabajan en un punto de su curva de magnetización cuyos efectos de saturación son despreciables, se puede afirmar sin mucho error que presentan una inductancia L constante [111] y su admitancia se calcula como:

$$Y_L^k = \frac{1}{(k - j/\tau) \cdot j \cdot X_L^1} \quad (2.7)$$

Donde τ es un factor que tiene en cuenta la relación X/R y se calcula por:

$$\tau = \frac{X_L^1}{R_L^1} \quad (2.8)$$

Siendo X_L^1 la reactancia inductiva a primer armónico.

2.3.3 Líneas aéreas.

El modelo de las líneas depende de su longitud, simetría y de la variación de sus parámetros con la frecuencia. La modelación de líneas de transmisión y transformadores está relativamente bien documentada en la literatura sobre un amplio rango de frecuencias [91].

La bibliografía especializada [170] recomienda el modelo de línea larga con parámetros distribuidos cuando su longitud es superior al 5% de la longitud de onda del armónico de mayor orden considerado. Un estimado de las longitudes de líneas críticas donde los efectos de líneas largas se deben representar es $240/n$ kilómetros, donde n es el orden del armónico [91].

Las líneas aéreas típicas se pueden modelar mediante un circuito π equivalente, multifásico y acoplado. Para análisis de armónicos en sistemas balanceados, el modelo se puede simplificar a un circuito π monofásico determinado por los datos de secuencia positiva de la línea (Figura 2.3).

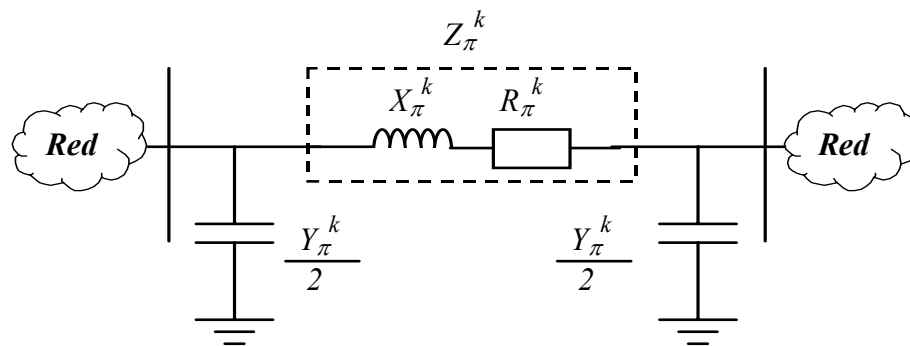


Figura 2.3: Modelo para líneas.

Donde:

$$Z_{\pi}^k = R + j \cdot k \cdot X^1 \quad (2.9)$$

Además:

$$Y_{\pi}^k = k \cdot (j \cdot B_C^1) \quad (2.10)$$

Los efectos de dependencia de la parte resistiva de la impedancia serie del modelo con la frecuencia, se pueden despreciar si la penetración de armónicos de secuencia cero y el efecto amortiguante a las frecuencias de resonancia no son de importancia significativa. En caso contrario, existen expresiones que permiten hacerlo tanto de forma exquisita como aproximada para el efecto pelicular, así como para la impedancia de retorno por tierra [91].

2.3.4 Cables soterrados.

Los modelos de los cables son muy similares a los modelos de las líneas, incluyendo el empleo de los modelos de línea larga para las longitudes requeridas. La mayor dificultad en el caso de los cables, radica en la determinación de los parámetros del cable por unidad de longitud en dependencia de la frecuencia, donde además del efecto pelicular, es preciso considerar el efecto de proximidad y otras características que influyen en los parámetros del cable.

Los cables tienen más capacitancia *shunt* que las líneas de transmisión y por lo tanto los efectos de línea larga se hacen más significativos en su comportamiento. Un estimado de la longitud crítica para considerar este efecto es de 145/n kilómetros.

2.3.5 Transformadores.

Muchos autores coinciden en que los transformadores son elementos muy difíciles de modelar si se quieren tener en cuenta todos los efectos presentes en los mismos. Esto se debe a la no linealidad de sus características magnéticas y a los desfases introducidos por sus conexiones, que como se conoce, son diversas.

Si se desprecian estas alinealidades y se considera que los mismos trabajan en la zona lineal de sus características, como se hizo anteriormente con los reactores, la forma más fácil y simple de modelar los transformadores es a partir de una impedancia serie dada por los datos de su impedancia de cortocircuito (ver Figura 2.4).

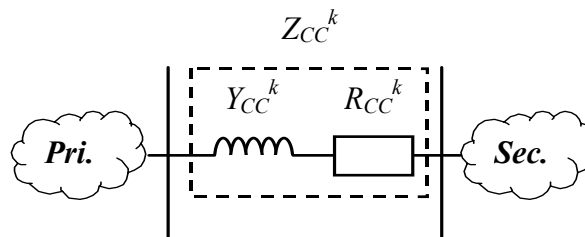


Figura 2.4: Modelo del transformador

Donde:

$$Z_{CC}^k = R_{CC}^1 + k \cdot (j \cdot X_{CC}^1) \quad (2.11)$$

Los subíndices CC indican Corto Circuito y el superíndice indica que son valores tomados al armónico 1, o sea al fundamental.

La variación de la resistencia con la frecuencia se puede calcular aproximadamente, de acuerdo con la discusión de [111], como:

$$R_{ac} = r_o \cdot (1 + 0.1 \cdot k^{1.5}) \quad (2.12)$$

Donde r_o representa la resistencia ante corriente directa.

Un modelo más general se puede encontrar en [91] donde se muestra el caso de un transformador de tres devanados y se incluye la rama de magnetización mediante una fuente ideal de corriente. En este sentido se hace necesario apuntar que la inclusión de la característica de saturación es importante solamente cuando los armónicos generados por el

transformador son de interés primario. Si este es el caso, en [112] se explica una metodología de cómo tomar en cuenta este efecto tanto en transformadores monofásicos como trifásicos.

2.3.6 Cargas.

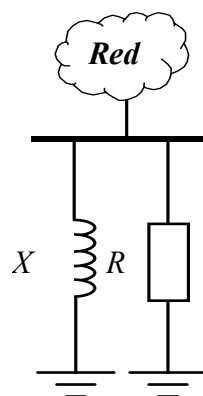
Las cargas pasivas lineales, aunque no producen armónicos sí tienen un efecto significativo en la respuesta de frecuencia del sistema, principalmente en las cercanías de las condiciones de resonancia [91] y su modelación es muy importante puesto que son los elementos amortiguadores del sistema. La dificultad de su representación reside básicamente en el desconocimiento de su composición; ya que en general, disponen de una parte estática, y de otra dinámica [170].

Generalmente las cargas se expresan por su potencia activa (P) y reactiva (Q) en los estudios de flujo de carga a la frecuencia fundamental. Sin embargo, a las frecuencias armónicas, P y Q no se pueden emplear directamente porque la potencia activa y reactiva absorbidas por las máquinas rotatorias no se corresponden exactamente con su valor de amortiguamiento y por tanto se necesita información adicional (Capítulo 3 de [93]).

Los modelos más empleados en la bibliografía para este tipo de cargas son el modelo paralelo y el modelo serie, los que se describen seguidamente:

A. Modelo paralelo.

Es el modelo más amortiguante debido a la presencia de la resistencia *shunt*, por lo que su empleo conduce a los resultados más optimistas desde el punto de vista de nivel de distorsión de la red.



Donde:

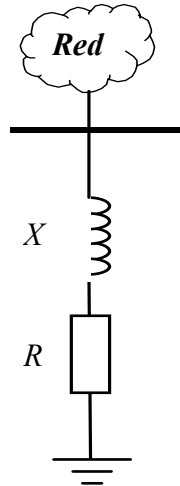
$$R = \frac{(V^2/P)}{0.1 \cdot n + 0.9} \quad (2.13)$$

$$X = \frac{(V^2/Q) \cdot n}{0.1 \cdot n + 0.9} \quad (2.14)$$

Figura 2.5: Modelo paralelo.

B. Modelo serie.

Este es el modelo menos amortiguante y por lo tanto, conduce a los resultados más pesimistas.



Donde:

$$R = \frac{V^2 \cdot P}{P^2 + Q^2} \cdot \sqrt{n} \quad (2.15)$$

$$X = \frac{V^2 \cdot Q}{P^2 + Q^2} \cdot n \quad (2.16)$$

Figura 2.6: Modelo serie.

En caso de poseer más información acerca de la composición de la carga, se recomienda emplear el modelo general dado en el Anexo A.3 y descrito en el Capítulo 3 de [93]. Este permite tener en cuenta tanto la carga motora puramente pasiva, como la controlada por equipos electrónicos, así como la fracción correspondiente a capacitores de corrección del factor de potencia entre otros aspectos.

2.3.7 Sistema de suministro.

El sistema de suministro resulta muy difícil de modelar debido a la gran variedad de configuraciones que el mismo presenta. Ello depende de todos los elementos insertados en la red que va desde la subestación hacia los puntos de generación, incluyendo las cargas de otras subestaciones. En ciertos casos el sistema se puede sustituir por un generador de similares características, pero con ello se pierde el efecto del comportamiento que el mismo presenta ante las diferentes frecuencias armónicas.

Con frecuencia, el sistema se puede sustituir por su fuente de Thevenin a la frecuencia fundamental y por una impedancia equivalente a las demás frecuencias ó por sus fuentes de Thevenin correspondientes, si existiera cierto grado de distorsión en el voltaje (ver Figura 2.7).

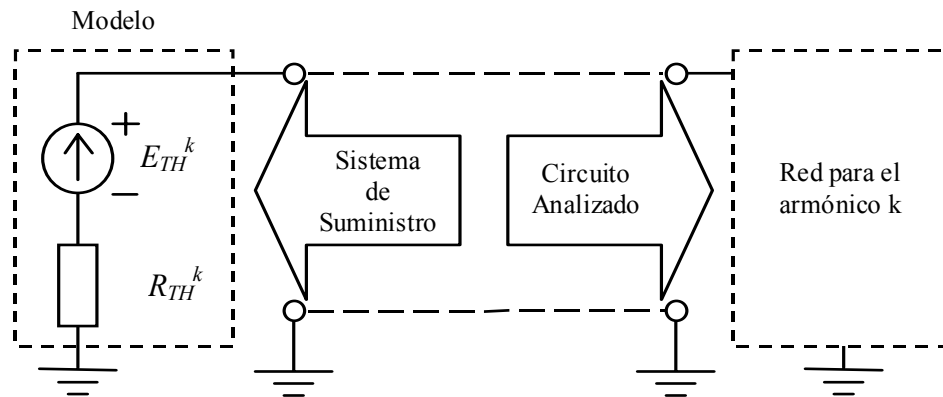


Figura 2.7: Modelo del sistema de suministro.

Esta modelación es un tema controvertido pues algunos autores plantean que el equivalente de Thevenin oculta las posibles resonancias que pueden aparecer en el sistema, y por otra parte resulta difícil el obtener y/o modelar todos los elementos que conforman un sistema de suministro. La mayor dificultad radica en lo voluminoso que el mismo puede resultar y en lo aleatorio del comportamiento de sus partes integrantes.

2.4 Flujo de armónicos empleando la matriz impedancia de barras.

En este trabajo se propone emplear un método de flujo de carga que es una extensión del “Flujo de cargas *Zbus*” clásico o de frecuencia fundamental hacia las demás frecuencias armónicas. De manera general, consiste en determinar sucesivamente todos los voltajes armónicos en cada nodo mediante un simple producto de la matriz impedancia por el vector de inyección de corriente correspondiente (Ecuación (2.1)). Estos resultados se emplean para estimar nuevos valores de corrientes empleando un modelo de corriente dependiente del voltaje y de los parámetros de la carga (Ecuación (2.4)).

El algoritmo es el siguiente (Figura 2.8):

Inicio: se hace un flujo de carga a la frecuencia fundamental para obtener valores de arranque adecuados para los voltajes de primer armónico en el cual las cargas no lineales se consideran como lineales. Para los armónicos superiores puede considerarse la realización de un cálculo de *penetración de armónicos* empleando patrones típicos o simplemente inicializarlos en cero.

Cálculo de la Matriz Impedancia: se forma la *Matriz Admitancia de Barra* y se invierte.

Cálculo del Vector de Inyecciones: dada la forma de onda del voltaje (expresada a través de todos los voltajes armónicos) en el nodo, se calculan las corrientes demandadas por las cargas teniendo en cuenta sus parámetros de control.

Cálculo del Vector de Voltajes: con la *Matriz de Impedancia* y el *Vector de Inyecciones* previamente calculados se obtiene una nueva aproximación del *Vector de Voltajes* (forma de onda en el nodo), para lo cual se asume que la red de suministro es lineal y por tanto susceptible a la aplicación del teorema de superposición (Ecuación (2.1)).

Resultados: los voltajes resultantes de la última iteración se consideran como la solución final del flujo y se procede a calcular con ellos todos los demás parámetros de interés en el sistema analizado.

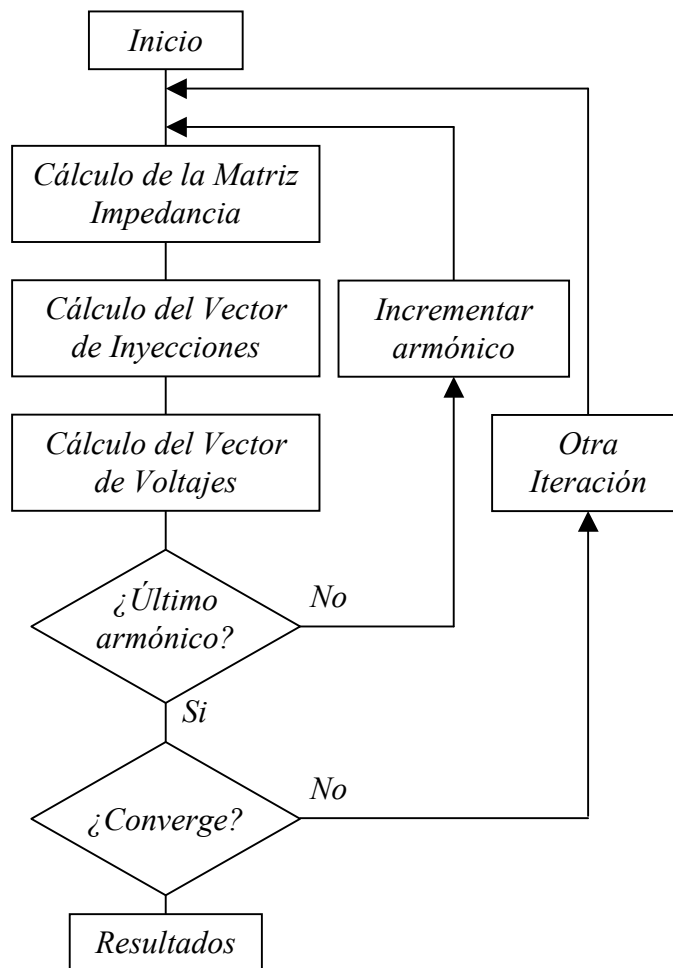


Figura 2.8: Algoritmo del flujo de armónicos propuesto.

En el “*Flujo de Cargas Convencional*” que tiene lugar en el paso de *Inicio* del algoritmo, el cálculo de las inyecciones de cada carga no lineal se realiza según:

$$I_1 = \frac{P - j\sqrt{S^2 - P^2}}{V_1} \quad (2.17)$$

Donde P y S son respectivamente las potencias activa y aparente totales especificadas para la carga y V_1 es el voltaje en el nodo a la frecuencia fundamental.

De este paso se obtiene la aproximación de entrada para el siguiente bloque que emplea los voltajes existentes en un paso previo para ir obteniendo sucesivamente mejores aproximaciones de las formas de onda en cada nodo. El proceso iterativo prosigue hasta que las diferencias entre los voltajes de una iteración respecto a la anterior sean menores que cierta tolerancia establecida.

2.5 Conclusiones parciales.

- El algoritmo propuesto presenta como ventaja la independencia o desacople en el cálculo de las inyecciones de cada carga con respecto con respecto a las demás.
- La tarea de cálculo se simplifica al no tener que resolver un sistema de ecuaciones con un elevado número de incógnitas a la vez, debilidad que presenta el *Algoritmo Newton Raphson*.
- La solución del problema de orden elevado se descompone en la solución de numerosos problemas de menor orden.
- Las cargas se pueden modelar de forma cerrada e incluso empleando técnicas en el dominio del tiempo y otros métodos.
- Desde el punto de vista computacional las características anteriores ayudan a la *modularidad*, el *encapsulamiento*, el *procesamiento paralelo* y otras ventajas.

CAPÍTULO 3 COMPENSACIÓN DE POTENCIA REACTIVA EN SISTEMAS CONTAMINADOS CON ARMÓNICOS

En este capítulo se lleva a cabo la formulación matemática del problema de optimización que da título a la presente tesis, para lo cual se plantean los aspectos básicos más importantes que intervienen en el proceso.

Durante el desarrollo se evidencia que se está ante la presencia de un problema altamente no lineal, pero que presenta una *Función Objetivo* convexa. Para su solución se acude a la técnica de *Programación Cuadrática Secuencial* comúnmente conocida como SQP (*Sequential Quadratic Programming*).

En esencia lo que se hace es plantear el subproblema QP de esta técnica a través de un modelo que aproxima la *Función Objetivo Real* a una función cuadrática. Una vez desarrollado este modelo se propone una metodología de solución cuyo algoritmo se prueba a través de un ejemplo práctico.

3.1 Descripción del Problema.

El primer paso corresponde a establecer cuál es el objetivo del proceso, qué restricciones deben cumplirse, cuáles serán las variables independientes y cuáles son los datos de partida.

3.1.1 Objetivo.

La meta a alcanzar es determinar la mejor inversión en capacitores y filtros que maximice el *Valor Actual Neto (VAN)* de la función de ahorros conformada para ser empleada como *Función Objetivo* del problema. Esta función debe incluir los costos de inversión de los elementos empleados y de ahorro en la explotación de la red una vez introducidos los mismos.

Como resultado de este proceso de optimización se debe obtener:

- La selección de capacitores a emplear señalando su capacidad.
- La sintonía de los filtros, indicando su frecuencia de resonancia.
- La ubicación en los nodos de la red de cada banco capacitivo o filtro empleado.
- El régimen de operación de cada escalón de los bancos controlados.

Todos estos parámetros deben hacer máxima la diferencia entre los ahorros y los gastos cumpliendo las restricciones impuestas a la tarea técnica propuesta.

3.1.2 Restricciones.

La sola presencia de al menos una carga no lineal que inyecte cierto contenido de armónicos a la red, en un problema de compensación de reactivo, obliga a la inclusión de restricciones al mismo; por lo tanto, lo más apropiado sería tratar de cumplir las normas de calidad de la energía establecidas al efecto [144].

Una norma muy extendida en la bibliografía especializada es la IEEE-519[85][86], de la cual surgen las siguientes restricciones.

- Restricción del *Factor de Distorsión Armónica Total* (*Total Harmonic Distortion, THD*): que implica establecer un límite máximo para este factor en cada nodo del circuito para cada estado de carga.
- Restricción del *Factor de Distorsión Armónica Individual* (*Individual Harmonic Distortion, IHD*): que obliga a que, para cada armónico analizado, en cada nodo y estado de carga del circuito, este valor sea menor que un máximo establecido.

En el proceso se debe prestar una adecuada atención a las restricciones de voltajes ya conocidas de los procesos de compensación de reactivo tradicionales [134]. Esto implica añadir dos restricciones más:

- Restricción de *Voltaje Mínimo*: que establece que el voltaje *rms*, incluyendo todos los armónicos involucrados, en cada nodo del circuito y para cada estado de carga, debe ser mayor que cierto valor mínimo.
- Restricción de *Voltaje Máximo*: que establece que el voltaje *rms*, incluyendo todos los armónicos involucrados, en cada nodo del circuito y para cada estado de carga, debe ser menor que cierto valor máximo.

Las restricciones antes mencionadas se pueden establecer haciendo uso de los valores recomendados por los documentos donde estas se norman o puede que sea el propio usuario quien decida los valores a emplear.

3.1.3 Variables independientes.

El conjunto de variables independientes se denotará por el vector X que incluye a dos tipos fundamentales de elementos: los *Capacitores* y los *Filtros Pasivos LC tipo shunt*. Para ambos tipos de bancos el elemento correspondiente dentro de X representará la susceptancia

capacitiva de las baterías de capacitores que lo conforman. Para el caso de los filtros la parte inductiva queda determinada por la frecuencia de sintonía de los mismos.

Por tanto, cada capacitor o sección de banco capacitivo controlado se representará en el vector de variables independientes por su susceptancia capacitiva X_i a la frecuencia fundamental y estará conectado un conjunto de estados de carga C_i al nodo n_i .

Similarmente, cada filtro o sección de filtro se representa por su susceptancia capacitiva X_i , su frecuencia de sintonía f_i , el factor de calidad Q_i , y el conjunto de estados de carga C_i en que está conectado al nodo n_i .

Una vez seleccionado el conjunto de variables a optimizar, el problema sería determinar los valores óptimos de las mismas, que maximicen el VAN del Proyecto de Compensación al tiempo que se cumplen las restricciones establecidas. Por lo tanto, se persigue determinar la solución óptima en X para las variables escogidas inicialmente.

En teoría el conjunto de partida puede incluir todas las posibles variables con respecto a ubicación, sintonía y restantes datos asociados. En la práctica esto presenta dificultades por la gran cantidad de memoria y tiempo de cálculo que involucra y por tanto es necesario hacer un proceso de reducción que será explicado posteriormente en el Capítulo 4 .

3.1.4 Datos de Partida.

Se tiene una red de N nodos con cargas lineales y no lineales (Figura 3.1).

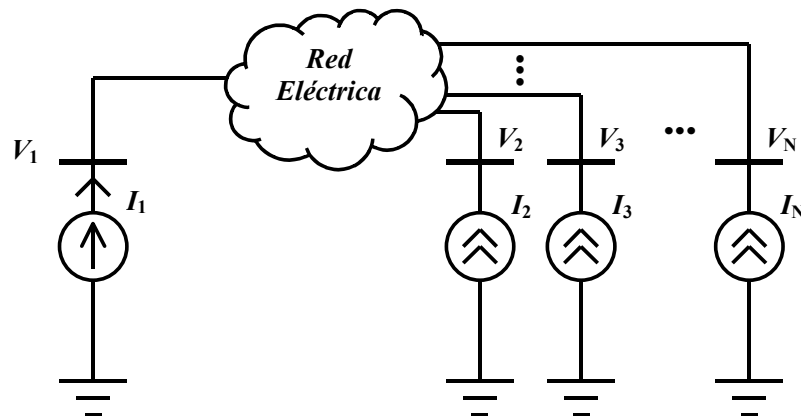


Figura 3.1: Sistema Eléctrico de Potencia.

Para simplificar la notación se han mostrado las magnitudes con una sola letra. Estas representan al vector de los voltajes de armónicos correspondientes a la forma de onda del nodo y algo similar se establece para los vectores de corriente.

Se conocen los datos de conexión, impedancia, admitancia, resistencia y capacitancia de los elementos componentes (líneas, transformadores, motores, etc.) según sus modelos; así como las leyes de variación de estos con la frecuencia y con el voltaje de alimentación (ver Capítulo 2).

Cada una de las cargas presenta un gráfico de consumo independiente con varios estados de operación. Cada estado de las cargas lineales está caracterizado por la potencia activa y reactiva de primer armónico (P^l y Q^l). Los estados de las cargas no lineales se pueden caracterizar lo mismo por la potencia activa y aparente totales (P_T y S_T), que por sus patrones armónicos según se modele de forma exacta o aproximada (ver Anexo A). La Figura 3.2 muestra como pueden ser estos gráficos.

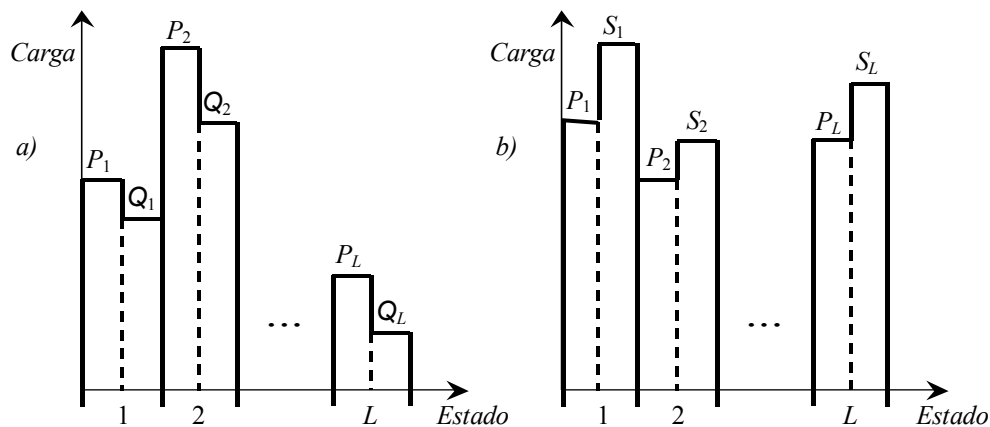


Figura 3.2: Gráfico de carga: a) Lineal y b) No lineal (modelo exacto).

De los capacitores empleados se conoce su coeficiente de pérdidas por $Ckvar$, así como la capacidad en $Ckvar$ de sus unidades estándar. En el caso de los filtros se dispone de su factor de calidad y de su frecuencia de sintonía.

El gráfico de conexión de cada banco controlado que conforma el conjunto de variables a optimizar también se conoce. En la Figura 3.3 se muestra un caso hipotético de como tres bancos controlados se conectan durante siete estados de carga.

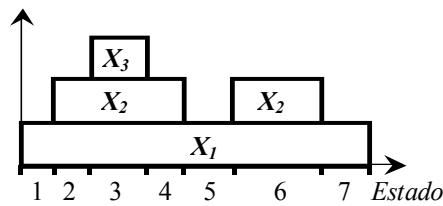


Figura 3.3: Gráfico de conexión.

Se dispone además de los costos de la energía para cada estado de carga, los costos por $Ckvar$ de los capacitores e inductores empleados; así como las tasas de interés y de impuesto, los años de vida útil de los elementos y los años de evaluación del proyecto de compensación.

3.2 Formulación del problema.

Una vez esclarecidos los datos de partida y el objetivo del problema, el próximo paso es encontrar una modelación matemática adecuada para el mismo. Siguiendo este objetivo, se seleccionaron dos variables correspondientes a un capacitor y un filtro ubicados en los nodos 6 y 3 del circuito del ejemplo mostrado en el Epígrafe 3.6.2; y empleando el programa de *Flujo de Carga con Armónicos*, se realizó una *búsqueda exhaustiva* de las posibles combinaciones de estas variables en un rango determinado de sus capacidades, para obtener las gráficas mostradas a continuación.

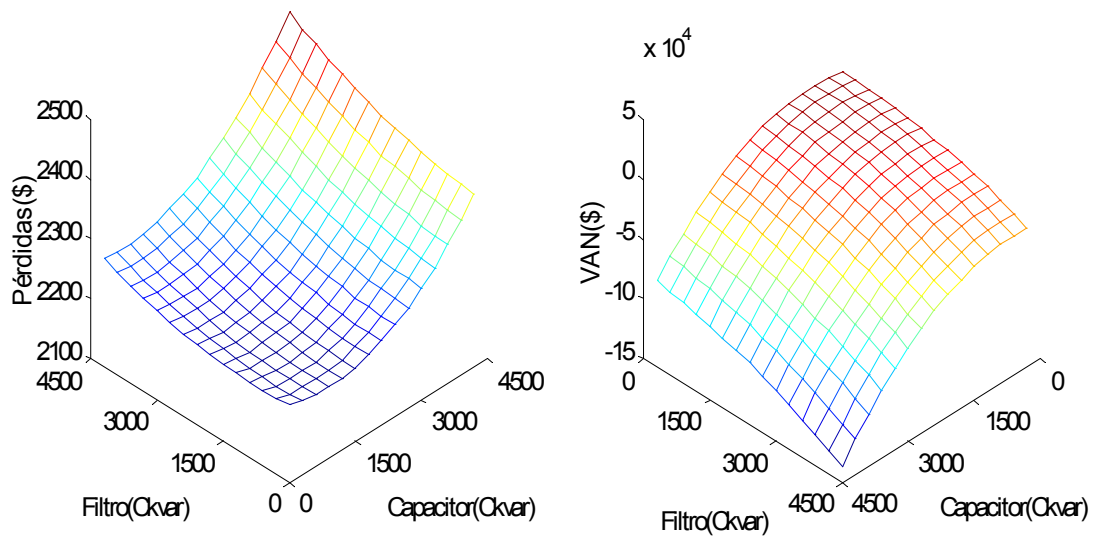


Figura 3.4: Funciones importantes: a) Pérdidas de Energía y b) VAN.

La Figura 3.4 muestra dos superficies a) y b) que representan respectivamente el costo de las *Pérdidas de Energía* del circuito y el *Valor Actual Neto (VAN)* del *Proyecto de Compensación* en función de la variación de los tamaños de los dos elementos² de compensación seleccionados.

Puede verse que las *Pérdidas* y el *VAN* se comportan como funciones convexas o cóncavas, ambas cercanas a funciones cuadráticas.

Otro aspecto de capital importancia radica en la observancia de las magnitudes de los *Índices de Distorsión Armónica* y del *Voltaje* del circuito. Sus valores límites se han graficado en la Figura 3.5 y la Figura 3.6 respectivamente, en completa correspondencia con las variaciones de los mismos elementos de la figura anterior.

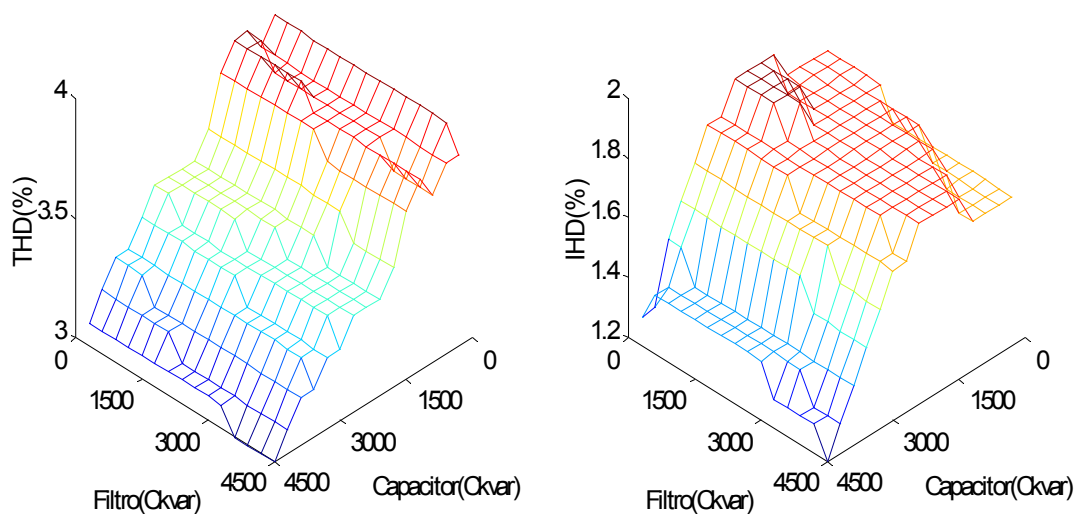


Figura 3.5: Factores de Distorsión Armónica: a) Total (*THD*) y b) Individual (*IHD*).

Estos son importantes en el proceso de conformación de las restricciones del problema, pues su inconcordancia con los *Parámetros de Calidad de la Energía* que se deseen cumplir pueden invalidar la viabilidad de un proyecto.

² Los datos del capacitor y del filtro en cuanto a régimen de trabajo, ubicación y sintonía se tomaron respectivamente del tercer y octavo elemento de la respuesta mostrada en la Tabla 3.1, mientras que los demás elementos de la tabla mantuvieron sus valores durante la *búsqueda exhaustiva*.

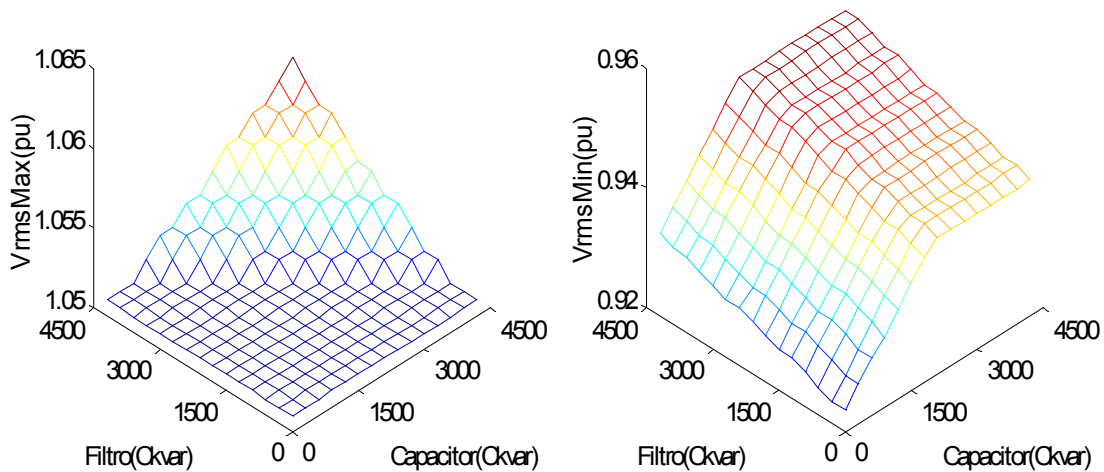


Figura 3.6: Valores de Voltaje RMS: a) Máximo y b) Mínimo.

La forma de los gráficos anteriores ayuda a comprender que se está ante la presencia de un problema no lineal, que presenta restricciones no lineales también. Por tanto, su estudio cae dentro del campo de la *Optimización Restringida*, existiendo varios procedimientos de solución en la bibliografía referente al tema [71][65][32].

3.3 Método de *Programación Cuadrática Secuencial (SQP)*

Dentro de los procedimientos o técnicas de solución de problemas de *Optimización Restringida*, la *Programación Cuadrática Secuencial*³ comúnmente nombrada SQP (*Sequential Quadratic Programming*), representa el estado del arte en cuanto a los métodos de programación no lineal [32]. Su esencia consiste en resolver iterativamente el problema mediante la solución de un sub-problema de programación cuadrática equivalente en cada macroiteración.

Este también se conoce como sub-problema QP, contribuyendo junto a la iteratividad a darle nombre al procedimiento. En su conformación, las restricciones no lineales se linealizan y los resultados obtenidos de su respuesta se emplean para formar una dirección de búsqueda hasta que se obtenga convergencia en el proceso. Por tanto, el núcleo de todo el *Proceso de Formulación* consistirá en encontrar una forma de expresar la función

³ También se conoce como *Programación Cuadrática Iterativa* o *Recursiva*.

objetivo que se desea optimizar a partir de una expresión cuadrática aproximada equivalente.

3.4 Formulación del sub-problema QP.

A continuación se realizará un proceso que empleará la expresión de pérdidas de potencia de un sistema eléctrico para encontrar su dependencia respecto a los elementos a optimizar. Posteriormente se conformará, a partir de la misma, un modelo cuadrático aproximado que incluirá los costos a minimizar y que será empleado como sub-problema QP en el procedimiento de solución mediante el método SQP.

3.4.1 Pérdidas activas en un sistema eléctrico de potencia.

En el circuito de la Figura 3.1, para un estado de carga determinado, las pérdidas de potencia ocasionadas por un armónico específico son:

$$\Delta P = Re \left\{ \sum_{i=1}^{nodos} V_i \cdot I_i \right\} = Re \{ I^* \cdot V \} \quad (3.1)$$

Donde $I^{S,k}$ y $V^{S,k}$ son vectores de $(N \times 1)$ elementos que representan respectivamente las inyecciones de corriente y los voltajes en los N nodos, de un armónico específico y en un estado de carga determinado; mientras que la operación vectorial I^* denota la transpuesta conjugada de la matriz I . Suponiendo que no existen alinealidades en la red de distribución [53], se puede plantear que existen relaciones lineales entre corrientes y voltajes para cualquier armónico dadas por:

$$I = Y \cdot V \quad (3.2)$$

$$V = Z \cdot I \quad (3.3)$$

Donde Y y Z representan las matrices admitancia e impedancia de barras del circuito para un armónico determinado en un estado de carga específico.

Empleando las relaciones lineales anteriores y sustituyendo en la expresión de pérdidas, se pueden obtener dos expresiones equivalentes para las mismas, una expresada en función de los voltaje y la otra en función de las corrientes:

$$\Delta P = Re \{ (YV)^* \cdot V \} = Re \{ V^* \cdot Y^* \cdot V \} \quad (3.4)$$

$$\Delta P = Re \{ (I)^* \cdot Z \cdot I \} = Re \{ I^* \cdot Z \cdot I \} \quad (3.5)$$

Comúnmente Y y Z son simétricas, situación que se ve afectada por la consideración de acoplamientos mutuos y la presencia de transformadores desfasados; sin embargo, el caso más general, en que no son simétricas, puede resolverse empleando artificios del álgebra [72] para transformar las expresiones anteriores en otras equivalentes donde desaparece la asimetría. Estas se transforman (ver Anexo B.1) en:

$$\Delta P = Re\{V^* \cdot Y^* \cdot V\} = Re\{V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V\} \quad (3.6)$$

$$\Delta P = Re\{I^* \cdot Z \cdot I\} = Re\{I^* \cdot Z_{sym} \cdot I\} \quad (3.7)$$

Donde Y_{sym} y Z_{sym} son matrices simétricas⁴ obtenidas de:

$$Y_{sym} = \frac{1}{2}(Y + Y^*) \quad (3.8)$$

$$Z_{sym} = \frac{1}{2}(Z + Z^*) \quad (3.9)$$

En el caso en que Y y Z sean simétricas, se puede hacer:

$$Y_{sym} = G + j \cdot B \quad (3.10)$$

$$Z_{sym} = R + j \cdot X \quad (3.11)$$

Obteniéndose simplemente que:

$$\Delta P = V^* \cdot G \cdot V = e^T \cdot G \cdot e + f^T \cdot G \cdot f \quad (3.12)$$

$$\Delta P = I^* \cdot R \cdot I = I_p^T \cdot R \cdot I_p + I_q^T \cdot R \cdot I_q \quad (3.13)$$

Siendo e y f , así como I_p e I_q , las partes real e imaginaria de los vectores de voltaje y corriente respectivamente.

No obstante la sencillez de estas expresiones, es preferible trabajar con las formas generalizadas en aras de abarcar la mayor cantidad de casos posibles.

⁴ Las matrices Y_{sym} y Z_{sym} no se pueden emplear en lugar de las matrices Y y Z del circuito en otras formulaciones.

3.4.2 Modelo Incremental.

El primer paso en la compensación óptima de la potencia reactiva en cuanto a reducción de pérdidas activas en el sistema eléctrico, parte de la obtención de la dependencia de dichas pérdidas con respecto a la magnitud y ubicación de los bancos de compensación empleados al efecto [53].

La colocación de bancos de capacitores y de filtros pasivos incluidos en el vector de variables independientes X , o la variación de las magnitudes de las capacidades de los mismos (ΔX), provoca variaciones tanto en los voltajes como en las corrientes inyectadas en los nodos. Estas variaciones se ven reflejadas además en un cambio de las pérdidas de potencia del circuito dadas por cualquiera de las siguientes expresiones:

$$\Delta P_{new} = Re\{(V + \Delta V)^* \cdot Y_{sym}^* \cdot (V + \Delta V)\} \quad (3.14)$$

$$\Delta P_{new} = Re\{(I + \Delta I)^* \cdot Z_{sym} \cdot (I + \Delta I)\} \quad (3.15)$$

Desarrollando la expresión dependiente del voltaje queda:

$$\Delta P_{new} = Re\{V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V + V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot \Delta V + \Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V + \Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot \Delta V\} \quad (3.16)$$

Si se parte de un estado precedente con pérdidas ΔP a otro con nuevos valores dados por las variaciones de las capacidades de los bancos, se puede obtener una ecuación que llamaremos *Función de Ahorro de Pérdidas*, cuya expresión es:

$$\delta \Delta P = \Delta P - \Delta P_{new} \quad (3.17)$$

Empleando (3.6) junto a (3.16) en (3.17) y simplificando los términos similares queda:

$$\delta \Delta P = Re\{V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot \Delta V + \Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V + \Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot \Delta V\} \quad (3.18)$$

Como Y_{sym} es simétrica, entonces:

$$V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot \Delta V + \Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V = 2 \cdot Re\{\Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V\} \quad (3.19)$$

Obteniéndose:

$$\delta \Delta P = -2Re\{\Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V\} - Re\{\Delta V^* \cdot Y_{sym}^* \cdot \Delta V\} \quad (3.20)$$

Procediendo de forma similar con las expresiones dependientes de las inyecciones de corriente se llega a:

$$\delta \Delta P = -2\text{Re}\{\Delta I^* \cdot Z_{sym} \cdot I\} - \text{Re}\{\Delta I^* \cdot Z_{sym} \cdot \Delta I\} \quad (3.21)$$

Se conoce que en los circuitos donde existen cargas no lineales los voltajes y las corrientes se rigen por leyes algo complejas dadas por las alinealidades de las cargas [53]. En este sentido, si suponemos una relación lineal entre las variaciones de voltajes y corrientes con respecto a las variaciones de las susceptancias representadas por el vector X , se pueden definir las matrices de sensibilidad T y J como:

$$\Delta I \approx \begin{bmatrix} \frac{\partial I_1}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial I_1}{\partial X_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial I_n}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial I_n}{\partial X_m} \end{bmatrix} \cdot \Delta X = T \cdot \Delta X \quad (3.22)$$

$$\Delta V \approx \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial V_1}{\partial X_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_n}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial V_n}{\partial X_m} \end{bmatrix} \cdot \Delta X = J \cdot \Delta X \quad (3.23)$$

Donde X_j es la susceptancia capacitiva del elemento j situado entre los m elementos totales que conforman el vector X de variables a optimizar; V_i e I_i son el voltaje y la corriente inyectada en el nodo i situado entre los n nodos totales que tiene el circuito.

Por tanto; si la *posición 3* del vector X se corresponde con un *capacitor* (o un *filtro*) de *conexión permanente en el nodo 4*, entonces $\frac{\partial V_2}{\partial X_3}$ y $\frac{\partial I_2}{\partial X_3}$ constituyen respectivamente las

derivadas parciales del voltaje en el *nodo 2* y la corriente inyectada al mismo respecto a la susceptancia capacitiva de dicho capacitor (o filtro). Como la derivada de inyección de corriente es igual a cero por estar situado el elemento compensador en otro nodo, entonces es evidente que la matriz T será porosa con valores solamente en la diagonal principal y J una matriz llena.

Las expresiones anteriores equivalen a emplear solamente los términos lineales de la *Serie de Taylor Generalizada* de este problema y por tanto es evidente que se cumplen las siguientes relaciones lineales:

$$J = Z \cdot T \quad (3.24)$$

$$T = Y \cdot J \quad (3.25)$$

Empleando las matrices de sensitividades previamente definidas se puede obtener una expresión cuyos valores son aproximadamente igual a la *Función de Ahorro de Pérdidas*. Con esta expresión se logra expresar una de las magnitudes que se desea optimizar en función de las susceptancias capacitivas que conforman las variables independientes. En este sentido, formulando en función de variaciones de voltaje se tiene:

$$\delta \Delta P \approx -2 \operatorname{Re} \left\{ (J \cdot \Delta X)^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V \right\} - \operatorname{Re} \left\{ (J \cdot \Delta X)^* \cdot Y_{sym}^* \cdot (J \cdot \Delta X) \right\} \quad (3.26)$$

Operando convenientemente se obtiene:

$$\delta \Delta P \approx -2 \cdot \Delta X^T \cdot \operatorname{Re} \left\{ J^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V \right\} - \Delta X^T \cdot \operatorname{Re} \left\{ J^* \cdot Y_{sym}^* \cdot J \right\} \cdot \Delta X \quad (3.27)$$

Que puede simplificarse a un término más compacto y elegante:

$$\delta \Delta P \approx \Delta X^T \cdot (2 \cdot d - A \cdot \Delta X) \quad (3.28)$$

Donde:

$$d = -\operatorname{Re} \left\{ J^* \cdot Y_{sym}^* \cdot V \right\} \quad (3.29)$$

$$A = -\operatorname{Re} \left\{ J^* \cdot Y_{sym}^* \cdot J \right\} \quad (3.30)$$

Si se formula en variaciones de corriente:

$$\delta \Delta P = -2 \cdot \Delta X^T \cdot \operatorname{Re} \left\{ T^* \cdot Z_{sym} \cdot I \right\} - \Delta X^T \cdot \operatorname{Re} \left\{ T^* \cdot Z_{sym} \cdot T \right\} \cdot \Delta X \quad (3.31)$$

Que se puede simplificar a la misma expresión (3.28), donde d y A serían iguales a:

$$d = -\operatorname{Re} \left\{ T^* \cdot Z_{sym} \cdot I \right\} \quad (3.32)$$

$$A = -\operatorname{Re} \left\{ T^* \cdot Z_{sym} \cdot T \right\} \quad (3.33)$$

3.4.3 Cálculo de las sensibilidades.

Con la obtención de la expresión (3.28) se ha logrado un importante paso de avance en cuanto a la formulación matemática del problema. Esta ecuación relaciona las variables independientes con una función de pérdidas a la que fácilmente se le pueden incorporar los costos que se desean optimizar. La conformación de la *Función Objetivo* definitiva se abordará con más detalle en el Epígrafe 3.4.6, por ahora el desarrollo se limitará a puntualizar ciertos aspectos de importancia relacionados con el cálculo de las sensibilidades y por tanto, de los coeficientes que conforman las matrices T y J .

En primer lugar, para obtener una buena aproximación de la función de ahorro anterior, es necesario calcular las matrices de sensibilidad de la manera más exacta posible. Sin embargo, un cálculo muy preciso requiere de tiempos considerables debido a la compleja naturaleza del problema para circuitos no lineales. Estas demoras pueden reducirse mediante el empleo de aproximaciones válidas dadas por expresiones sencillas.

Concretamente, el método de cálculo de las sensibilidades depende fundamentalmente de la frecuencia que se está analizando. En este sentido se hace necesario destacar que:

1. A frecuencia fundamental:

- Las cargas lineales y las fuentes de generación se representan comúnmente como potencias activas y reactivas constantes, aunque pueden representarse en forma general como potencias en función del voltaje en el nodo.
- Las variaciones del voltaje en los nodos por la conexión de compensadores de VAR no son grandes.

2. A frecuencias armónicas superiores:

- Las cargas lineales y las fuentes de generación se representan por circuitos pasivos que se añaden como ramas *shunt* a las matrices Y y Z del sistema.
- Las variaciones de voltaje armónico en los nodos por la conexión de compensadores de VAR pueden ser grandes, sobre todo en el caso de filtros sintonizados a la frecuencia que se analiza, que prácticamente hacen cero el voltaje del armónico correspondiente en los nodos en que estos se ubican.

Estos aspectos tendrán una gran influencia en las expresiones de cálculo que se emplearán de forma definitiva.

3.4.3.1 Sensitvidades a la fundamental.

El cálculo de sensitvidades a la fundamental ha sido desarrollado en [134] para características de carga generalizadas tanto en función de variaciones de voltaje, como en variaciones de corriente; no obstante, se prefiere el uso de sensitvidades de voltaje por dos razones:

1. La matriz admitancia de barra (Y) a frecuencia fundamental siempre existe en un sistema eléctrico de potencia, aun cuando no existan ramas *shunt* en el circuito; sin embargo, no ocurre lo mismo con la matriz impedancia de barra (Z), que no se puede obtener cuando Y presenta singularidades.
2. El cálculo de las sensitvidades es más directo y elegante como se muestra a continuación.

Si S_k es el conjunto de compensadores conectados al nodo k , descritos por fuentes de corriente inyectadas en el mismo (Figura 3.7), entonces:

$$\begin{aligned} K_1 \cup K_2 \cup \dots \cup K_j &= S_k \\ S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_k \dots \cup S_N &= [1 \dots m] = X \end{aligned} \tag{3.34}$$

Donde “ j ” es la cantidad de compensadores que inyectan corrientes en “ k ” y la unión de los subconjuntos correspondientes a cada nodo (de los N del circuito) conforma el *Vector de Variables Independientes* (X) con un total de m elementos.

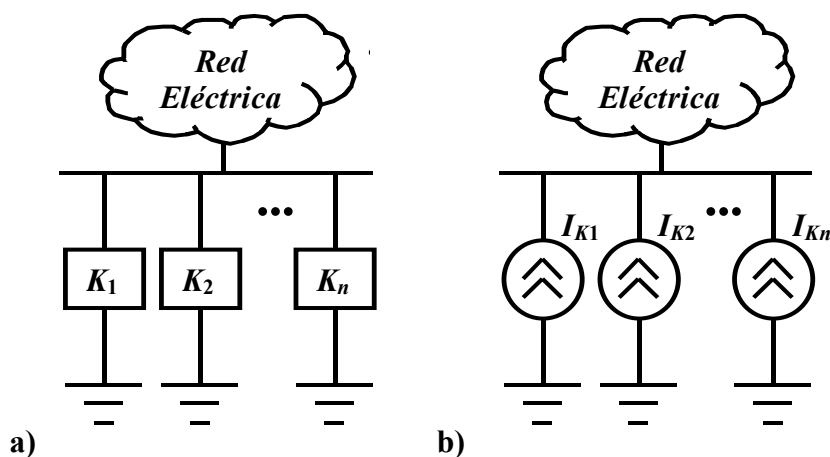


Figura 3.7: Compensadores del nodo k : a) Diagrama y b) Fuentes de corriente.

Es evidente que la variación de la corriente inyectada a primer armónico en el nodo k , debido a la acción de los compensadores, depende de los aportes individuales que cada uno produce, por tanto:

$$\Delta I_k^{(1)} = \sum_{u \in S_k} \Delta I_u^{(1)} \quad (3.35)$$

Si se tiene en cuenta que las variaciones del voltaje en los nodos por la conexión de compensadores de potencia reactiva no son grandes a esta frecuencia, se puede plantear que el aporte individual de cada compensador ($\Delta I_k^{(1)}$), puede calcularse aproximadamente como el producto del voltaje en el nodo en un paso previo de la compensación ($V_k^{(1)}$) por una admitancia que se denotará como $\Delta Y_u^{(1)}$.

$$\Delta I_k^{(1)} \approx -V_k^{(1)} \cdot \sum_{u \in S_k} \Delta Y_u^{(1)} \quad (3.36)$$

A su vez puede considerarse que una constante “ y ” relaciona la admitancia ($\Delta Y_u^{(1)}$) con la variación de la capacidad del compensador asociado a su variable independiente correspondiente (ΔX_u). Matemáticamente esto se expresa como:

$$\Delta I_k^{(1)} \approx -V_k^{(1)} \cdot \sum_{u \in S_k} y_u^{(1)} \cdot \Delta X_u \quad (3.37)$$

Empleando la expresión anterior y reconsiderando la poca variación del voltaje, la variación de potencia generada en el nodo k sería:

$$\Delta P g_k^{(1)} + \Delta Q g_k^{(1)} = V_k^{(1)} \cdot \Delta I_k^{(1)*} \approx -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \sum_{u \in S_k} y_u^{(1)*} \cdot \Delta X_u \quad (3.38)$$

Si se desglosan los coeficientes $y_u^{(1)}$ en su parte real ($g_u^{(1)}$) e imaginaria ($b_u^{(1)}$) se obtendría:

$$Y_u^{(1)} = g_u^{(1)} - j \cdot b_u^{(1)} \quad (3.39)$$

Esto permite plantear que (según (3.38)) las inyecciones de potencia activa y reactiva están aproximadamente dadas por:

$$\Delta P g_k^{(1)} \approx -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \sum_{u \in S_k} g_u^{(1)*} \cdot \Delta X_u \quad (3.40)$$

$$\Delta \mathbf{Qg}_k^{(1)} \approx -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \sum_{u \in S_k} \mathbf{g}_u^{(1)*} \cdot \Delta X_u \quad (3.41)$$

Como la meta es obtener las sensibilidades de voltaje a primer armónico, se puede empezar dividiendo la expresión del mismo en un nodo “s” cualquiera en su parte real e imaginaria:

$$V_s^{(1)} = e_s^{(1)} - j \cdot f_s^{(1)} \quad (3.42)$$

Para cumplir con el objetivo es necesario realizar el cálculo de las derivadas de la parte real e imaginaria con respecto a las variables de interés, lo que equivale a decir:

$$\frac{\partial V_s^{(1)}}{\partial X_u} = \frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial X_u} + j \cdot \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial X_u} \quad (3.43)$$

Para hallar estas derivadas se busca apoyo en los resultados de un flujo de cargas con armónicos que ha convergido. En este sentido, si se toman los valores obtenidos para el primer armónico, se puede formar la matriz *Jacobiana* de un flujo *Newton-Raphson* clásico en coordenadas rectangulares. De los elementos de la inversa de esta matriz se pueden obtener las derivadas de las partes real e imaginaria del voltaje respecto a las potencias activas y reactivas generadas (ver Anexo B.2).

De esta forma, las derivadas de la parte real e imaginaria del voltaje con respecto a las variables de interés se obtienen para el voltaje del nodo “s”, como:

$$\frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial X_u} = \frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial P \mathbf{g}_k^{(1)}} \cdot \frac{\partial P \mathbf{g}_k^{(1)}}{\partial X_u} + \frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial \mathbf{Qg}_k^{(1)}} \cdot \frac{\partial \mathbf{Qg}_k^{(1)}}{\partial X_u} \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial X_u} = \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial P \mathbf{g}_k^{(1)}} \cdot \frac{\partial P \mathbf{g}_k^{(1)}}{\partial X_u} + \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial \mathbf{Qg}_k^{(1)}} \cdot \frac{\partial \mathbf{Qg}_k^{(1)}}{\partial X_u} \quad (3.45)$$

De (3.40) y (3.41) se deduce que:

$$\frac{\partial P \mathbf{g}_k^{(1)}}{\partial X_u} \approx -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \mathbf{g}_u^{(1)} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial \mathbf{Qg}_k^{(1)}}{\partial X_u} \approx -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \mathbf{b}_u^{(1)} \quad (3.47)$$

Obteniéndose:

$$\frac{\partial e_k^{(1)}}{\partial X_u} \approx -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \left[g_u^{(1)} \cdot \frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial P g_k^{(1)}} - b_u^{(1)} \cdot \frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial Q g_k^{(1)}} \right] \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial f_k^{(1)}}{\partial X_u} \approx -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \left[g_u^{(1)} \cdot \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial P g_k^{(1)}} - b_u^{(1)} \cdot \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial Q g_k^{(1)}} \right] \quad (3.49)$$

De esta manera, el término de la fila “s” columna “u” de la matriz de sensibilidades de voltaje a primer armónico ($J^{(1)}$) se calcularía como:

$$J_{s,u}^{(1)} = \frac{\partial V_s^{(1)}}{\partial X_u} = -|V_k^{(1)}|^2 \cdot \left[\left(g_u^{(1)} \cdot \frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial P g_k^{(1)}} - b_u^{(1)} \cdot \frac{\partial e_s^{(1)}}{\partial Q g_k^{(1)}} \right) + j \cdot \left(g_u^{(1)} \cdot \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial P g_k^{(1)}} - b_u^{(1)} \cdot \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial Q g_k^{(1)}} \right) \right] \quad (3.50)$$

Que como se ha planteado, depende del voltaje en el nodo “k” (donde está conectado el elemento correspondiente a X_u) en un paso previo de la compensación ($V_k^{(1)}$), de las partes real e imaginaria de unos coeficientes que relacionan la admitancia del elemento compensador con su variable independiente correspondiente; así como de las derivadas del voltaje en el nodo “s” con respecto a las potencias generadas en “k”, obtenidas de la forma en que se explicó.

3.4.3.2 Sensibilidades para el armónico h.

En el caso de armónicos superiores no existe una forma directa de calcular sensibilidades de voltaje. Además, las sensibilidades de corriente se calculan con menos precisión que las de voltaje al fundamental, debido a las grandes variaciones en los voltajes de nodo con respecto al caso base a causa de la inclusión de los filtros sintonizados en el circuito.

No obstante, esta información es imprescindible para la correcta solución del problema. La misma se emplea en el proceso de optimización para la toma de decisiones relacionadas con el cumplimiento de las restricciones de distorsión armónica, tanto total como de armónicos individuales.

Teniendo en cuenta que a estas frecuencias las cargas lineales y las fuentes de generación se representan como circuitos pasivos que se añaden como ramas *shunt* a las matrices Y y Z del sistema, se puede suponer que solo se producen variaciones en las inyecciones de

corriente en los nodos debido a las variaciones de las dimensiones de los capacitores y filtros.

Con respecto a las cargas no lineales es ilógico pensar que no producirán cambios en sus patrones de inyección de corrientes con las variaciones de las capacidades de los bancos pero sí está claro que encontrar las expresiones que relacionan unas con otras es un proceso muy complejo y que requiere de un gran tiempo de cálculo cuando se emplean métodos numéricos. Debido a lo antes expuesto se puede hacer un cómputo que permite obtener de una forma aproximada, pero muy rápida y sencilla, las sensibilidades que se están buscando. La clave está en suponer que el voltaje en cada nodo se mantendrá aproximadamente constante de una iteración a otra una vez que haya comenzado el proceso de compensación.

Si esto es así, la variación de la inyección de corriente del armónico h en el nodo k se calcularía como:

$$\Delta I_k^h \approx -V_k^h \cdot \sum_{u \in S_k} y_u^h \cdot \Delta X_u \quad (3.51)$$

Donde V_k^h es el voltaje del armónico h en este nodo k en un paso previo del proceso de compensación, S_n contiene todos los elementos compensadores conectados al nodo k y y_u^h es un parámetro que relaciona la admitancia de cada compensador con su variable independiente correspondiente.

De esta forma es fácil encontrar el elemento de la fila k y columna u de la matriz de sensibilidades de corriente para el armónico h empleando la siguiente ecuación:

$$T_{k,u}^h = \frac{\partial I_k^h}{\partial X_u} = -V_k^h \cdot y_u^h \quad (3.52)$$

De esta expresión se deduce que T^h es una matriz porosa, ya que en la fila k solo tienen valor los elementos correspondientes a los compensadores conectados al nodo k .

La expresión (3.52) brinda buenos resultados en la práctica cuando no se producen variaciones grandes del voltaje, en el paso de una iteración a otra en el nodo en cuestión; sin embargo, cuando se coloca un filtro por primera vez en un lugar determinado, la variación del voltaje será brusca para el armónico de sintonía, pues este será

considerablemente reducido por la baja impedancia de resonancia serie que presentan estos elementos. A los demás armónicos las variaciones no serán tan grandes debido a la característica aguda del gráfico de impedancia que hace que las mismas sean grandes por encima y por debajo de la frecuencia de sintonía.

Para reducir el error en el caso de filtros sintonizados a la propia frecuencia h y con valor $X_u = 0$ previo a la iteración presente, la sensibilidad correspondiente se reduce empíricamente a un 1% para considerar la reducción que provocaría ese filtro en el voltaje, es decir:

$$T_{k,u}^h = \begin{cases} -V_k^h \cdot y_k^h & (A) \\ -0.01 \cdot V_k^h \cdot y_k^h & (B) \end{cases} \quad (3.53)$$

La expresión (A) se emplea cuando el valor de la variable asociada al filtro es mayor que cero de un paso a otro de la compensación sin importar la frecuencia, mientras que la (B) se emplea cuando se parte de un valor nulo del filtro (es decir, de su variable asociada) hacia otro mayor y solamente para los elementos de la matriz T correspondientes al armónico de sintonía del filtro que se introduce.

3.4.4 Cálculo de los coeficientes de relación (Y).

En el proceso de cálculo de las sensibilidades, aparecen en las ecuaciones empleadas unos coeficientes que relacionan la admitancia de los elementos compensadores con las variables independientes que son objeto de optimización.

Concretamente estos relacionan la admitancia del compensador, sea capacitor o filtro, con la susceptancia capacitiva de los capacitores componentes a primer armónico. Como estos elementos son pasivos, resulta muy fácil hallar expresiones de cálculo.

Por ejemplo, en el caso de los bancos de capacitores las expresiones surgen casi a simple vista planteando la ecuación de la admitancia de los mismos para un armónico h cualquiera (Figura 3.8 a)):

$$Y^h = (\tan \gamma + j \cdot h) \cdot X \quad (3.54)$$

Donde $\tan \gamma$ es conocido como el *Factor de Pérdidas del Dieléctrico* y X es la susceptancia capacitiva a primer armónico.

Por tanto, para los bancos de capacitores y ante cualquier armónico h estos coeficientes se calculan mediante:

$$y^h = (tan\gamma + j \cdot h) \quad (3.55)$$

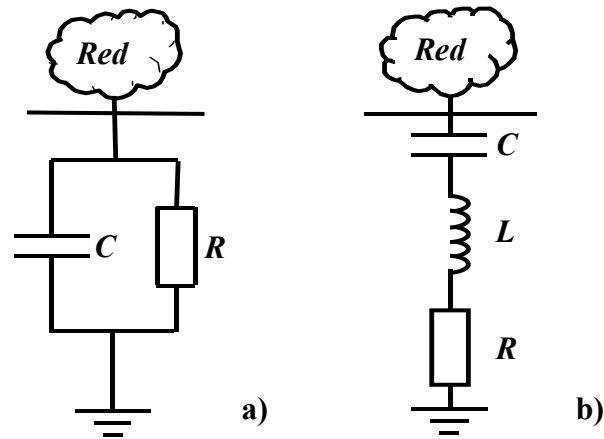


Figura 3.8: Compensadores: a) Capacitores y b) Filtros.

En el caso de los filtros el procedimiento es un poco más complicado y se debe comenzar planteando la expresión de impedancia (Figura 3.8 b)) de los mismos:

$$Z^h = R + j \cdot \left(h \cdot X_L - \frac{1}{h \cdot B_C} \right) \quad (3.56)$$

Donde R es la resistencia del filtro, X_L es la impedancia del inductor L a primer armónico y B_C es la susceptancia capacitiva del capacitor C a primer armónico también, lo que equivale a decir que:

$$X_L = \omega^{(1)} \cdot L \quad (3.57)$$

$$B_C = \omega^{(1)} \cdot C \quad (3.58)$$

Donde $\omega^{(1)}$ es la frecuencia angular a primer armónico.

Se conoce que a la frecuencia de sintonía del filtro se cumple:

$$X_L^S = X_C^S \quad (3.59)$$

Por tanto:

$$s \cdot X_L = \frac{1}{s \cdot B_C} \quad (3.60)$$

Donde X_L y X_C se refieren al primer armónico como en (3.56) y “s” es el orden del armónico al que está sintonizado el filtro.

Despejando X_L :

$$X_L = \frac{1}{s^2 \cdot B_C} \quad (3.61)$$

Por otro lado, el factor de calidad del filtro, comúnmente denominado por Q en la bibliografía especializada [9], se define como:

$$Q = \frac{s \cdot X_L}{R} \quad (3.62)$$

Despejando R y teniendo en cuenta las condiciones de sintonía (ecuación (3.60)) se obtiene:

$$R = \frac{s \cdot X_L}{Q} = \frac{1}{s \cdot Q \cdot B_C} \quad (3.63)$$

Sustituyendo X_L dado por (3.61) y R dado por (3.63) en (3.56) queda:

$$Z^h = \frac{1}{s \cdot Q \cdot B_C} + j \cdot \left(\frac{h}{s^2 B_C} - \frac{1}{h \cdot B_C} \right) \quad (3.64)$$

Si se indica ahora cuál es la variable independiente en la expresión anterior haciendo $B_C = X$ y se halla la admitancia del filtro, se obtiene:

$$Y^h = \frac{X}{\frac{1}{s \cdot Q} + j \cdot \left(\frac{h}{s^2} - \frac{1}{h} \right)} \quad (3.65)$$

Y por ende:

$$y^h = \frac{1}{\frac{1}{s \cdot Q} + j \cdot \left(\frac{h}{s^2} - \frac{1}{h} \right)} \quad (3.66)$$

Donde está expresado el coeficiente que se busca en función del factor de calidad “Q” del filtro, el orden del armónico de su sintonía “s” y el orden del armónico “h” para el que se realiza el cálculo.

3.4.5 Ahorro de pérdidas para un estado de carga.

La expresión (3.28) únicamente permite calcular las pérdidas relativas a un armónico y en un estado de carga dado. Para calcular el ahorro de pérdidas total en ese estado es necesario sumar las causadas por cada armónico analizado. La expresión que permite hacer esta integración esta dada por:

$$\partial \Delta P \approx \sum_h [\Delta X^T (2d^h - A^h \cdot \Delta X)] = \Delta X^T (2d_H - A_H \cdot \Delta X) \quad (3.67)$$

Donde “k” es una variable índice que recorre todos los armónicos tenidos en cuenta en el estudio y los términos d_H y A_H están dados por:

$$d_H = -Re\left\{ (J^l)^* \cdot (Y_{sym}^l)^* \cdot (V^l) \right\} - \sum_{h \neq 1} Re\left\{ (T^h)^* \cdot (Z_{sym}^h) \cdot (I^l) \right\} \quad (3.68)$$

$$A_H = +Re\left\{ (J^l)^* \cdot (Y_{sym}^l)^* \cdot (J^l) \right\} + \sum_{h \neq 1} Re\left\{ (T^h)^* \cdot (Z_{sym}^h) \cdot (I^l) \right\} \quad (3.69)$$

3.4.6 Función Objetivo.

Con las expresiones obtenidas en los análisis realizados hasta aquí solo se puede abarcar un único estado de carga en el circuito objeto de estudio. En la práctica es común encontrar que un sistema eléctrico de potencia está sometido a varios estados de carga contando incluso cada uno con tarifas de costo de la energía diferentes, configuraciones circuitales distintas y tiempos desiguales de duración de estos estados.

Otro aspecto a tener en cuenta está dado por los diferentes costos de inversión y/ o explotación de los equipos empleados en la compensación, debido a provenir de fabricantes disímiles y a ser empleados en niveles de voltajes variados.

En este epígrafe se presenta una *Función Objetivo* que abarca lo planteado en el párrafo anterior para cumplir la meta propuesta en el epígrafe de *Formulación del Problema*.

Considerando que un estado de carga presenta una tarifa de costo equivalente de la energía consumida C_{TE} y un tiempo de duración anual dado por T_{DA} , entonces se puede calcular un costo anual (C) para el mismo dado por:

$$C = C_{TE} \cdot T_{DA} \quad (3.70)$$

Donde el análisis de unidades está dado por:

$$\left(\frac{\$}{kW \cdot \text{año}} \right) = \left(\frac{\$}{kW \cdot h} \right) \cdot \left(\frac{h}{\text{año}} \right) \quad (3.71)$$

Si un circuito está sometido a “L” estados de carga, cada uno con un costo anual diferente dado por C_t ($\$/kW \cdot \text{año}$), entonces el ahorro anual de gastos (ΔCp) por no incurrir en las pérdidas de potencia $\partial \Delta P$ se puede calcular así:

$$\Delta Cp \approx \sum_{t=1}^L \Delta X^T (2d_{H,t} - A_{H,t} \cdot \Delta X) \cdot Ct = \Delta X^T (2d_T - A_T \cdot \Delta X) \quad (3.72)$$

Donde:

$$d_T = \sum_{t=1}^L (d_{H,t} \cdot Ct) \quad (3.73)$$

$$A_T = \sum_{t=1}^L (A_{H,t} \cdot Ct) \quad (3.74)$$

Para realizar una adecuada valoración económica se emplea en el criterio del *Valor Actual Neto (VAN)* del *Proyecto*. Este consistirá en la compra de equipos compensadores y de filtrado con el objetivo de obtener un ahorro monetario en cuanto a reducción de costos de energía por la reducción de pérdidas en el sistema eléctrico donde se instalan.

La ecuación general simplificada para el caso de estudio es:

$$VAN = -I + \sum_{n=1}^N \frac{(B_n - C_n)}{(1+i)^n} \quad (3.75)$$

Donde I, B_n, C_n e “ i ” son respectivamente: la *Inversión Inicial*, los *Beneficios* del año “ n ”, los *Costos* de ese año y la *Tasa Bancaria de Interés* o *Tasa de Descuento*. En este caso se considerará esta última constante durante cada uno de los años evaluados en la valoración cuyo total es “ N ”.

Si se supone que en años posteriores a la compra de los capacitores y filtros no se harán otras inversiones; entonces los costos dependerán (entre otras cosas) de los pagos por

Seguros, Impuestos, Depreciación, etc. Si se considera además, que en estos años los beneficios se deberán únicamente a los ahorros en las pérdidas y que los gráficos de carga y los precios de la energía no varían, entonces las utilidades por este concepto serán constantes e iguales en cada año evaluado.

Bajo estas consideraciones, se puede expresar (3.75) de la siguiente forma:

$$VAN = -I + \sum_{n=1}^N \frac{(B_n \cdot (1 - imp) + D_n \cdot imp)}{(1 + i)^n} + \frac{V_s}{(1 + i)^N} \quad (3.76)$$

Donde D_n , imp y V_s son respectivamente el valor de la depreciación en el año “ n ”, la *Tasa de Impuestos a las Utilidades o Ganancias* y el *Valor Residual o de Salvamento* de los equipos comprados con la *Inversión Inicial* pero calculado en el último año evaluado en la valoración del *Proyecto*.

La *Depreciación* se puede calcular para cualquier año “ n ” por:

$$D_n = \frac{1}{Vida\ Util} \cdot I = C_{Dep} \cdot I \quad (3.77)$$

Donde el término “*Vida Util*” se emplea para los *Equipos Comprados*.

El *Valor Residual o de Salvamento* de los *Equipos* al cabo de los “ N ” años se calcula por:

$$C_n = (1 - N \cdot C_{Dep}) \cdot I = C_{Sal} \cdot I \quad (3.78)$$

Si los *Beneficios* (B_n) y la *Depreciación* (D_n) en el año “ n ” se consideran constantes (de acuerdo a los planteamientos anteriores) y dados respectivamente por B y D ; entonces se puede expresar (3.76):

$$VAN = -I + [B \cdot (1 - imp) + D \cdot imp] \cdot \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1 + i)^n} + \frac{V_s}{(1 + i)^N} \quad (3.79)$$

Si se tiene en cuenta que:

$$F = \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1 + i)^n} = \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \quad (3.80)$$

Se obtendría:

$$VAN = -I + [B \cdot (1 - imp) + D \cdot imp] \cdot F + \frac{V_s}{(1+i)^N} \quad (3.81)$$

Como este problema se soluciona iterativamente provocando simples variaciones (de aumento o disminución) en el vector de las variables independientes, entonces (3.81) se puede expresar para un estado de partida “0” y para uno de llegada “1” respectivamente como:

$$VAN_0 = -I_0 + [B_0 \cdot (1 - imp) + D_0 \cdot imp] \cdot F + \frac{V_{s0}}{(1+i)^N} \quad (3.82)$$

$$VAN_1 = -I_1 + [B_1 \cdot (1 - imp) + D_1 \cdot imp] \cdot F + \frac{V_{s1}}{(1+i)^N} \quad (3.83)$$

Si durante el proceso de optimización se propone pasar de una variante económica con un VAN_0 hacia otra mejor y de VAN_1 , entonces se puede emplear una *Función Objetivo* dada por:

$$\begin{aligned} F.O. &= VAN_1 - VAN_0 = \Delta VAN \\ &= -(I_1 - I_0) + [(B_1 - B_0) \cdot (1 - imp) + (D_1 - D_0) \cdot imp] \cdot F + \frac{(V_{s1} - V_{s0})}{(1+i)^N} \end{aligned} \quad (3.84)$$

Esta función permitirá realizar una maximización del VAN en el sentido positivo, de manera que solo resta expresarlo en función de las variaciones de las variables independientes.

En este sentido, si se considera que la *Inversión Inicial* depende linealmente de la capacidad de los compensadores expresada por el vector X , entonces la diferencia se expresaría como:

$$(I_1 - I_0) = (X_1^T \cdot K_C - X_0^T \cdot K_C) = (X_1^T - X_0^T) \cdot K_C = \Delta X^T \cdot K_C \quad (3.85)$$

Donde K_C es un vector cuyas posiciones se corresponden con los costos por unidad de cada compensador individual correspondiente; es decir, la posición “ k ” se corresponde con el precio en $\$/kVA$ relativo al compensador de la misma posición en el vector X de las variables independientes.

Empleando (3.77) y (3.85):

$$(D_1 - D_0) = (C_{Dep} \cdot I_1 - C_{Dep} \cdot I_0) = C_{Dep} \cdot (I_1 - I_0) = C_{Dep} \cdot \Delta X^T \cdot K_C \quad (3.86)$$

Similarmente, empleando (3.78) y (3.85):

$$(V_{S1} - V_{S0}) = (C_{Sal} \cdot I_1 - C_{Sal} \cdot I_0) = C_{Sal} \cdot (I_1 - I_0) = C_{Sal} \cdot \Delta X^T \cdot K_C \quad (3.87)$$

La diferencia en los *Beneficios* está dada por (3.72):

$$(B_1 - B_0) \approx \Delta X^T (2d_T - A_T \cdot \Delta X) \quad (3.88)$$

Empleando (3.85), (3.86), (3.87) y (3.88) se obtiene:

$$F.O. = f(\Delta X) \approx \Delta X^T \cdot K_C + F \cdot (\text{Flujo Anual}) + \frac{(C_{Sal} \cdot \Delta X^T \cdot K_C)}{(1+i)^N} \quad (3.89)$$

$$\text{Flujo Anual} = \left\{ \Delta X^T (2d_T - A_T \cdot \Delta X) \cdot [1 - imp] + (C_{Dep} \cdot \Delta X^T \cdot K_C) \cdot imp \right\}$$

Reagrupando convenientemente:

$$F.O. = f(\Delta X) \approx -\Delta X^T \left[2 \cdot \left(K_1 \cdot d_T - K_2 \cdot \left(\frac{K_C}{2} \right) \right) - K_1 \cdot A_T \cdot \Delta X \right] \quad (3.90)$$

Donde:

$$K_1 = F \cdot (1 - imp) \quad (3.91)$$

$$K_2 = 1 - F \cdot C_{Dep} \cdot imp - \frac{C_{Sal}}{(1+i)^N} \quad (3.92)$$

Que se puede convertir finalmente en

$$F.O. = f(\Delta X) \approx \Delta X^T (2d_\Sigma - A_\Sigma \cdot \Delta X) \quad (3.93)$$

Donde:

$$d_\Sigma = K_1 \cdot d_T - K_2 \cdot \left(\frac{K_C}{2} \right) \quad (3.94)$$

$$A_\Sigma = F \cdot A_T \quad (3.95)$$

3.4.7 Adición de Restricciones.

Existen normas internacionales, como la IEEE-519, que establecen los límites permitidos en el por ciento de *Distorsión Armónica Total (THD)* así como en la *Distorsión Armónica Individual (IHD)* de los voltajes de barra a cualquier nivel de carga de un circuito.

En este sentido, si “*N*” es el número de nodos del circuito y “*L*” sus estados de carga, entonces se pueden establecer un conjunto de “*N*×*L*” restricciones de *THD* máximo. La restricción correspondiente al nodo “*i*” y estado de carga “*S*” estaría dada por:

$$THD_i^S = \frac{\sqrt{\sum_{k \neq 1} |V_i^{S,k}|^2}}{V_i^{S,1}} \times 100\% \leq THD_{Max} \quad (3.96)$$

Donde “*k*” es una variable que recorre todos los armónicos analizados menos el fundamental.

Similarmente, si “*K*” es el número máximo de armónicos analizados, se puede establecer un conjunto de “*N*×*L*×(*K*-1)” restricciones de valores máximos permisibles de *IHD*. La correspondiente al nodo “*i*”, armónico “*k*” y estado de carga “*S*” está dada por:

$$IHD_i^{S,k} = \frac{|V_i^{S,k}|}{V_i^{S,1}} \times 100\% \leq IHD_{Max} \quad (k \neq 1) \quad (3.97)$$

Además, se puede establecer un conjunto de “*N*×*L*” restricciones de mínimo e igual número de restricciones de máximo concernientes al voltaje “*rms*” de barra. La fórmula del mismo para el nodo “*i*” y estado de carga “*S*” es:

$$Vrms_i^S = \sqrt{\sum_{k \neq 1} |V_i^{S,k}|^2} \quad (3.98)$$

Y las restricciones de mínimo y máximo para dicho nodo y estado de carga están dadas respectivamente por:

$$Vrms_i^S \geq V_{Min} \quad (3.99)$$

$$Vrms_i^S \leq V_{Max} \quad (3.100)$$

En general todo el conjunto de restricciones se puede representar de forma diferencial por un sistema de inecuaciones usando el procedimiento que se explica a continuación.

Del Epígrafe 3.4.2 (“*Modelo Incremental.*”) se conoce que la matriz de sensibilidad J^k contiene las derivadas parciales de las partes real e imaginaria de los voltajes del armónico “ k ” con respecto a las variables independientes de X .

Empleando los elementos de la fila correspondiente al nodo “ i ” y columna del compensador “ m ” de esta matriz, se puede hallar la derivada parcial del módulo del voltaje de este armónico en dicho nodo y estado de carga mediante (ver Anexo B.3):

$$\frac{\partial |V_i^{S,k}|}{\partial X_m} = \frac{e_i^{S,k} \cdot \text{Re}(J_{i,m}^{S,k}) + f_i^{S,k} \cdot \text{Im}(J_{i,m}^{S,k})}{|V_i^{S,k}|} \quad (3.101)$$

Se puede definir un conjunto de “ L ” submatrices que se emplean en las inecuaciones de THD, IHD y voltaje en los diferentes estados de carga. Estas se denotarán para el estado “ S ” respectivamente como $U1^S$, $U2^S$ y $U3^S$, donde $U2^S$ a su vez contendrá $(K-1)$ submatrices correspondientes a las restricciones de cada armónico en particular.

Si “ M ” es el número de variables independientes del vector X correspondientes a los diferentes elementos compensadores, entonces se pueden calcular los elementos de las matrices anteriores empleando las derivadas dadas por (3.101). De forma general, para el estado de carga “ S ”, el elemento correspondiente a la fila del nodo “ i ”, columna de la variable independiente “ m ” (y armónico “ h ” en el caso de los elementos de las submatrices de IHD) se calcula para los tres tipos de matrices respectivamente como:

$$U1_{i,m}^S = \frac{\partial \text{THD}_i^S}{\partial X_m} = \sum_{k=1} \frac{\partial \text{THD}_i^S}{\partial |V_i^{S,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{S,k}|}{\partial X_m} \quad (3.102)$$

$$U2_{i,m}^{S,h} = \frac{\partial \text{IHD}_i^{S,h}}{\partial X_m} = \sum_{k=1} \frac{\partial \text{IHD}_i^{S,h}}{\partial |V_i^{S,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{S,k}|}{\partial X_m} \quad (3.103)$$

$$U3_{i,m}^S = \frac{\partial \text{Vrms}_i^S}{\partial X_m} = \sum_k \frac{\partial \text{Vrms}_i^S}{\partial |V_i^{S,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{S,k}|}{\partial X_m} \quad (3.104)$$

De forma expandida, las restricciones de THD en el estado de carga “ S ” estarían dadas por:

$$\begin{bmatrix} UI_{1,1}^S & UI_{1,2}^S & \cdots & UI_{1,M}^S \\ UI_{2,1}^S & UI_{2,2}^S & \cdots & UI_{2,M}^S \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ UI_{N,1}^S & UI_{N,2}^S & \cdots & UI_{N,M}^S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_M \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} THD_{Max} - THD_1^S \\ THD_{Max} - THD_2^S \\ \vdots \\ THD_{Max} - THD_N^S \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

Las restricciones de IHD , para un armónico particular “ h ” serían:

$$\begin{bmatrix} U2_{1,1}^{S,h} & U2_{1,2}^{S,h} & \cdots & U2_{1,M}^{S,h} \\ U2_{2,1}^{S,h} & U2_{2,2}^{S,h} & \cdots & U2_{2,M}^{S,h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U2_{N,1}^{S,h} & U2_{N,2}^{S,h} & \cdots & U2_{N,M}^{S,h} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_M \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} IHD_{Max} - IHD_1^{S,h} \\ IHD_{Max} - IHD_2^{S,h} \\ \vdots \\ IHD_{Max} - IHD_N^{S,h} \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

Las restricciones de mínimo y máximo voltaje “ rms ” serían respectivamente:

$$- \begin{bmatrix} U3_{1,1}^S & U3_{1,2}^S & \cdots & U3_{1,M}^S \\ U3_{2,1}^S & U3_{2,2}^S & \cdots & U3_{2,M}^S \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U3_{N,1}^S & U3_{N,2}^S & \cdots & U3_{N,M}^S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_M \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} Vrms_1^S - V_{Min} \\ Vrms_2^S - V_{Min} \\ \vdots \\ Vrms_N^S - V_{Min} \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

$$\begin{bmatrix} U3_{1,1}^S & U3_{1,2}^S & \cdots & U3_{1,M}^S \\ U3_{2,1}^S & U3_{2,2}^S & \cdots & U3_{2,M}^S \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U3_{N,1}^S & U3_{N,2}^S & \cdots & U3_{N,M}^S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_M \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} V_{Max} - Vrms_1^S \\ V_{Max} - Vrms_2^S \\ \vdots \\ V_{Max} - Vrms_N^S \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

La submatriz $U2^S$, estaría conformada por las matrices de todos los armónicos de la siguientes forma:

$$U2^S = \begin{bmatrix} U2^{S,2} \\ U2^{S,3} \\ \vdots \\ U2^{S,K} \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

Integralmente, para cada nivel de carga “ S ” el conjunto de restricciones queda expresado por:

$$\begin{bmatrix} U1^S \\ U2^S \\ \vdots \\ -U3^S \\ U3^S \end{bmatrix} \cdot \Delta X \leq \begin{bmatrix} THD_{Max} - THD^S \\ IHD_{Max} - IHD^S \\ \vdots \\ Vrms^S - V_{Min} \\ V_{Max} - Vrms^S \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

Donde THD^S , IHD^S y $Vrms^S$ son vectores columnas de los valores de estas magnitudes ordenados desde el nodo uno al nodo “N” y THD_{Max} , IHD_{Max} , V_{Min} y V_{Max} son escalares relativos a las restricciones correspondientes. El vector IHD^S está conformado por los subvectores columna de cada armónico analizado ordenados de la forma anterior pero uno sobre otro como se deduce de (3.109).

Teniendo en cuenta que:

$$U^S = \begin{bmatrix} U1^S \\ U2^S \\ \vdots \\ -U3^S \\ U3^S \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

$$u^S = \begin{bmatrix} THD_{Max} - THD^S \\ IHD_{Max} - IHD^S \\ \vdots \\ Vrms^S - V_{Min} \\ V_{Max} - Vrms^S \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

Se obtendría para todos los estados de carga involucrados:

$$\begin{bmatrix} U^1 \\ U^2 \\ \vdots \\ U^L \end{bmatrix} \cdot \Delta X \leq \begin{bmatrix} u^1 \\ u^2 \\ \vdots \\ u^L \end{bmatrix} \quad (3.113)$$

Finalmente esto se puede reducir a:

$$U_{\Sigma} \cdot \Delta X \leq u_{\Sigma} \quad (3.114)$$

3.5 Algoritmo de Optimización.

El procedimiento de solución para la formulación previamente definida es complicado debido a la naturaleza no lineal del problema así como a la gran cantidad de variables y restricciones involucradas en él.

Sin embargo, si las matrices de sensibilidad T y J se emplean para modelar el efecto de la variación de X en las inyecciones de corriente y los voltajes de nodo a todas las frecuencias armónicas consideradas, entonces se puede emplear un procedimiento iterativo que soluciona el problema mediante la determinación sucesiva de la *Optima Variación Factible de X* para maximizar el índice económico evaluado por la *Función Objetivo*.

La óptima variación ΔX se puede encontrar en la iteración corriente solucionando:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar : } & \{f(\Delta X) = \Delta X^T \cdot (2 \cdot d_{\Sigma} - A_{\Sigma} \cdot \Delta X)\} \\ \text{Sujeto a : } & \{U_{\Sigma} \cdot \Delta X \leq u_{\Sigma}, \quad X + \Delta X \geq 0\} \end{aligned} \quad (3.115)$$

Cuya notación puede reformularse de forma más simple como:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar : } & \{f(X) = X^T \cdot (2 \cdot d - A \cdot X)\} \\ \text{Sujeto a : } & \{U \cdot X \leq u, \quad X \geq 0\} \end{aligned} \quad (3.116)$$

Donde:

$$\begin{aligned} d &= d_{\Sigma} + A_{\Sigma} \cdot X_0 \\ A &= A_{\Sigma} \\ u &= u_{\Sigma} + U_{\Sigma} \cdot X_0 \\ U &= U_{\Sigma} \end{aligned} \quad (3.117)$$

Para lograr la solución final se propone el siguiente algoritmo:

Hacer $X = 0$.

Repetir:

1. Para cada nivel de carga considerado, se emplea un “*Flujo de Potencia de Armónicos*” (HPF) para la obtención de todas las inyecciones de corrientes y voltajes armónicos en los nodos.
2. Empleando los datos previamente obtenidos, se calculan todos los parámetros del modelo propuesto: d , A , U y u .

3. Se resuelve el sub-problema de programación cuadrática dado por (3.116) para obtener la *Optima Variación Factible* corriente del *Vector Solución*.
4. Se actualizan los parámetros del circuito asociados al *Vector Solución Corriente*.

Hasta que se obtenga convergencia.

Cada uno de los pasos de este algoritmo implica un número de operaciones más o menos complejas, las que no serán expuestas aquí para no oscurecer el procedimiento propuesto.

3.6 Ejemplos de Optimización.

Para probar el método desarrollado se empleó el sistema radial de distribución primaria a 23 kV [60], cuyos datos de carga y alimentadores se muestran en el Anexo C.1 junto a otros datos de modelación. El mismo presenta sólo diez nodos y tres estados de carga (Tabla C.1) con una considerable inyección de corrientes armónicas.

Los límites de distorsión máximos de voltaje [83][84][85][86] se toman como 5.0% para la *Distorsión Armónica Total (THD)* y 3.0% para la *Distorsión Armónica Individual (IHD)*, mientras que los límites de voltaje *rms* máximo y mínimo se mantendrán en 1.06 y 0.9 pu respectivamente. Se examinan los armónicos característicos hasta el 29.

El *Valor Actual Neto* del proyecto de compensación se evalúa en 5 años con un *Interés* de 0.05. La *Vida Útil* de los filtros es 20 años [103] y su factor de calidad igual a 100. El costo de los capacitores se toma igual a \$1 500 por cada unidad de 300 *Ckvar* empleada, mientras que los reactores se cotizan a \$200/*kvar* [103].

3.6.1 Optimización con dos variables solamente.

Con el objetivo de presentar de una manera gráfica la forma en que el algoritmo propuesto converge hacia la solución, se propone este ejemplo donde solo se optimizan dos variables, las que se corresponden con dos capacitores colocados en los nodos dos y cinco del circuito.

Realizando una “*búsqueda exhaustiva*” de las combinaciones posibles de estas dos variables en un rango de cero a veintinueve unidades capacitivas de 300 *ckvar* (para un total de $30 \times 30 = 900$ puntos de evaluación); se obtiene la Figura 3.9.

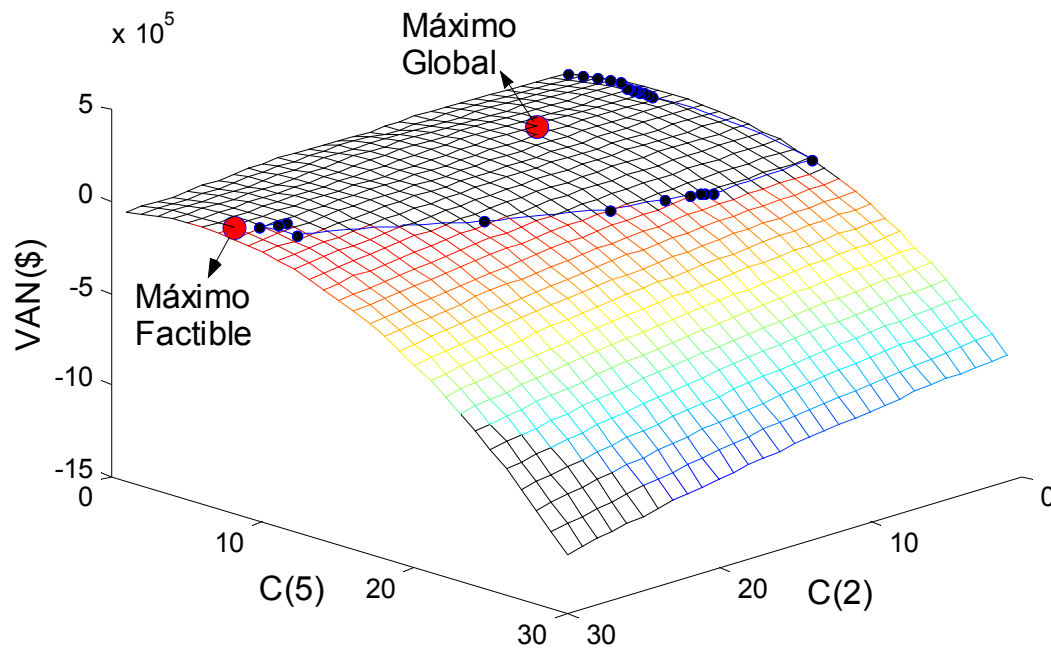


Figura 3.9: Optimización de dos variables (tridimensional).

Este gráfico de tres dimensiones muestra la forma de la superficie del *Valor Actual Neto* del proyecto (*Función Objetivo* optimizada) en función de los valores que van tomando las dos variables. Las superficies de líneas negras se corresponden con las áreas donde no se cumple al menos una de las restricciones impuestas al problema (“*Área No Factible*“); mientras que las de otros colores cumplen con todas (“*Área Factible*“).

Es necesario aclarar que la rejilla conformada con los valores estandarizados de la variables presenta un “*Máximo Global*” que cae en el *Área No Factible* de la superficie, mientras que existe un “*Máximo Factible*” en el *Área Factible* donde se cumplen las cotas impuestas. Ambos puntos han sido resaltados y señalados correspondientemente.

Si se unen mediante líneas los valores de la respuesta continua de ambas variables obtenidas en cada iteración del algoritmo, se obtiene una “*Curva de Convergencia*” del caso analizado, misma se ha dibujado con un trazo de líneas azules que parte desde el origen y llega hasta el sitio de convergencia enlazando sucesivamente los puntos (azules) correspondientes a cada paso matemático del proceso.

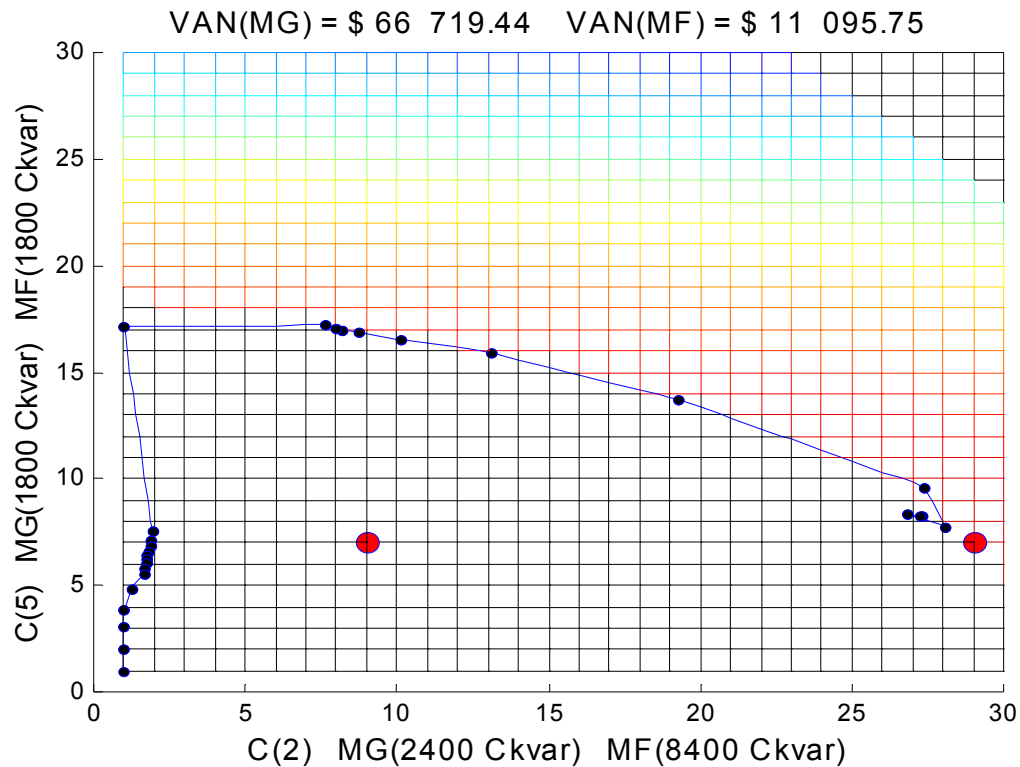


Figura 3.10: Optimización de dos variables (bidimensional).

La Figura 3.10 muestra claramente como la *Curva de Convergencia* sale del *Área No Factible* y choca con la frontera misma del *Área Factible*, luego va contorneando esta frontera hasta llegar a una “*Zona de Convergencia Continua*” cercana al *Máximo Factible* de las respuestas estandarizadas. Si el *Máximo Global* hubiese estado dentro del *Área Factible*, la convergencia estaría dirigida hacia el mismo, lo que no sucedió en este caso debido a las *Restricciones* impuestas al problema.

3.6.2 Optimización con varias variables.

En este ejemplo todos los nodos del circuito se consideran en el conjunto de nodos candidatos. En cada uno de ellos se colocará un banco de capacitores junto a filtros pasivos de absorción sintonizados al 5°, 7°, 11° y 13° armónicos. Cada banco opera de forma controlada. El algoritmo converge al cabo de veintisiete iteraciones, en la que al *estandarizar* todas las variables continuas de una vez se obtienen como resultado tres capacitores y ocho filtros de armónicos según se muestra en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Resultados del Proyecto.

Nodo	Capacitor (kvar)	F. Sintonía (Hz)	Régimen de Conexión
5	300	Capacitor	[1 1 0]
5	600	Capacitor	[1 0 0]
6	600	Capacitor	[1 0 0]
9	300	300 (5°)	[1 1 1]
4	300	420 (7°)	[1 1 1]
4	300	660 (11°)	[1 1 1]
6	300	660 (11°)	[1 1 0]
3	300	780 (13°)	[1 1 1]
5	600	780 (13°)	[1 1 1]
6	300	780 (13°)	[1 1 1]
5	600	780 (13°)	[1 1 0]
Costo de los Compensadores		\$29 246.00	
Valor Actual Neto		\$113 430.00	

Nota : un *Régimen de Conexión* dado por [1 1 0] indica que el banco se conecta en los estados uno y dos, permaneciendo desconectado en el tres.

Por otra parte, los beneficios de implementar los resultados anteriores en la compensación del sistema del ejemplo se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Resultados del Ejemplo.

	Antes	Después
Máximo THD	6.80 %	3.90 %
Máximo IHD	3.50 %	1.80 %
Máximo V_{RMS}	105.00 %	105.00 %
Mínimo V_{RMS}	89.40 %	92.70 %
Costo Anual de Pérdidas	\$248 010.00	\$219 030.00
Ahorro Anual de Pérdidas		\$28 980.00

Se puede apreciar que los *Índices de Distorsión Armónica* antes de realizar la optimización exceden los niveles planteados por la norma IEEE-519 y también el *Voltaje rms Mínimo* está por debajo del nivel que se desea. En cambio, la solución obtenida por el algoritmo propuesto no solo coloca los índices de distorsión dentro del rango permitido por la norma y eleva el voltaje mínimo hacia el intervalo establecido; sino que también disminuye el

Costo Anual de Pérdidas en \$28 980 que constituye el 11.7 % respecto al mismo valor del caso antes de realizar la compensación.

3.7 Conclusiones parciales.

- Queda comprobada la validez de la hipótesis planteada con respecto a la aplicabilidad de modelos cuadráticos para la aproximación de las pérdidas en sistemas contaminados con armónicos bajo condiciones normales de operación.
- La información brindada por las *Matrices de Sensitividad* es de vital importancia para lograr la *Mitigación Armónica*.
- La reducción de pérdidas a la frecuencia fundamental aporta los mayores beneficios por su dominante magnitud sobre las demás en *condiciones normales*.
- El método de *Programación Cuadrática Secuencial* brinda excelentes resultados para resolver este problema.

CAPÍTULO 4 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DEL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN

En este capítulo se abordan dos problemas fundamentales que se presentan en la implementación práctica de la *Metodología de Compensación de Reactivo* propuesta, estos son *Necesidad de la Reducción de la Magnitud del Problema* y la *Estandarización de las Unidades Capacitivas*. La solución de ambos es imprescindible para el estudio de casos que involucren circuitos reales comúnmente encontrados en la práctica.

En este sentido se exponen los fundamentos matemáticos de los criterios empleados tanto para afrontar la *Reducción* como la *Estandarización*, así como los algoritmos a seguir en cada caso.

4.1 Reducción del problema.

Aquí se analizará un problema muy importante referente a la *Metodología de Compensación de Reactivo*, que está relacionado con el proceso de *Selección de las Variables* que formarán parte del *Conjunto de Nodos y Bancos Candidatos* en el *Proceso de Optimización*.

4.1.1 Necesidad de la reducción.

Si en el análisis de un circuito cada nodo se considera candidato para colocar un banco de capacitores junto a filtros sintonizados a varias frecuencias armónicas, la cantidad de variables a emplear está dada por:

$$\text{Cantidad de Variables} = N \cdot L \cdot (1 + S) \quad (4.1)$$

Donde N , L y S son respectivamente las cantidades de nodos, de estados de carga y de frecuencias de sintonía de los filtros correspondientes al circuito.

Además, la cantidad de restricciones de *THD*, *IHD* y voltaje *rms* son en total:

$$\text{Cantidad de Restricciones} = N \cdot L \cdot (2 + K) \quad (4.2)$$

Donde K significa la cantidad de armónicos analizados.

En el ejemplo expuesto en el capítulo anterior se compensa y filtra un circuito de diez nodos, tres estados de carga y solo se tienen en cuenta los armónicos característicos hasta el veintinueve (de los cuales serían no nulos trece por estar balanceada la red). Colocando filtros sintonizados a cuatro frecuencias solamente (al quinto, séptimo y decimoprimer y decimotercero armónicos), las cantidades de variables y restricciones serían:

$$\begin{aligned} \text{Cantidad de Variables} &= 10 \cdot 3 \cdot (1 + 4) = 150 \\ \text{Cantidad de Restricciones} &= 10 \cdot 3 \cdot (2 + 13) = 450 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Estas cifras son elevadas para un circuito tan pequeño y con tan pocos estados de carga. En la vida práctica los circuitos suelen ser mucho mayores, con más estados de carga y frecuencias a filtrar.

Si por ejemplo se fuese a analizar un circuito de 100 nodos, 10 estados de carga teniendo en cuenta 30 armónicos y filtrando cinco de estas frecuencias; se obtendría:

$$\begin{aligned} \text{Cantidad de Variables} &= 100 \cdot 10 \cdot (1 + 5) = 6\,000 \\ \text{Cantidad de Restricciones} &= 100 \cdot 10 \cdot (2 + 30) = 32\,000 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Por la elevada magnitud de variables y restricciones se haría impráctica la solución de circuitos reales, como es el caso del ejemplo anterior, debido al *Esfuerzo de Cálculo* que conlleva. Por tanto surge la necesidad de reducir la magnitud del problema lo que traería las ventajas siguientes:

- *Ahorro de memoria*: pues cada elemento adicional conlleva al aumento de las necesidades físicas de las matrices y vectores del modelo propuesto.
- *Aumento de Velocidad*: ya que las operaciones serían considerablemente menores.
- *Permite analizar circuitos mayores*: pues las capacidades liberadas en memoria y velocidad pueden reaprovecharse en análisis de circuitos más complejos.

Otra ventaja que se deriva del proceso de reducción que será propuesto, consiste en la posibilidad de prefijar un número máximo de variables cuando se quiera una respuesta con pocos bancos.

Para llevar a cabo la *Reducción de la Magnitud del Problema* es necesario resolver entonces dos aspectos fundamentales:

- Seleccionar una *Base de Variables Reducida* que contenga solo las más importantes.
- Reducir el número de restricciones activas.

La disminución del número de restricciones se puede afrontar simplemente teniendo en cuenta sólo aquellas que son violadas (o en cierto rango están propensa a ello) en la iteración en curso del proceso iterativo; es decir, se seleccionan las restricciones que se

consideran en cada Sub-Problema QP resultante de las diferentes macroiteraciones del método SQP.

En esta *Selección de las Nuevas Restricciones*, se recorren todos los armónicos de voltaje en cada nodo y estado de carga con un determinado orden de chequeo, y las restricciones violadas se almacenan mediante cierto procedimiento en una serie de variables denominadas *Matrices Índices* (ver Tabla D.10).

En cada una de las restricciones involucradas se emplean valores de tolerancia (o error) permisibles, los que se suman a las barreras de mínimo y se restan a las barreras de máximos de las cotas impuestas al problema para trabajar con cierto rango de seguridad en el proceso.

Cuando se encuentra que se viola una restricción, se incrementa una variable que lleva el conteo de las mismas (*Constraints* en Tabla D.3). Posteriormente se almacena este número en la posición correspondiente dentro de la *Matriz Índice* asociada.

Al final del proceso en cada *Matriz Índice* quedan, en las posiciones no nulas, los números correspondientes al orden de las violaciones encontradas según el algoritmo seguido. Por ejemplo, si en la posición correspondiente al *Estado de Carga* dos, *Nodo* seis, *Armónico* quinto de la *Matriz Índice de IHD* se encuentra el número siete; esto quiere decir que el voltaje de quinto armónico del nodo seis del circuito en su estado de carga número dos viola la frontera establecida en el problema para el *Índice de Distorsión Armónica Individual* correspondiente. Y además, de acuerdo con el orden seguido, esta es la séptima violación encontrada.

Contrariamente, el proceso de *Selección de las Variables* resulta más complejo que la *Selección de las Restricciones*. La meta a alcanzar consiste en seleccionar una *Base de Variables de Partida* donde se encuentren las que más ahorro proporcionen o que produzcan los mayores aportes a la maximización de la *Función Objetivo*. Se debe limitar el tamaño de la base a valores razonables, entendiendo por ello que no sea innecesariamente extensa, ni contenga elementos que no aporten prácticamente nada al proceso.

En este sentido, el proceso de *Reducción del Vector X de Partida* se encamina a obtener valores de orientación que posibiliten desechar una gran cantidad de posibles variables (de entre todas las potenciales) que tendrían un peso muy pequeño en la solución del problema.

Para su mejor comprensión el proceso se ha dividido en tres pasos fundamentales:

1. Selección de la base inicial de nodos.
2. Selección de las variables capacitivas.
3. Selección de las variables de filtros.

4.1.2 Selección de la base inicial de nodos.

El objetivo de este proceso es encontrar la base inicial de nodos susceptibles a ubicación. Estos son aquellos donde existan mayores necesidades de reactivo y para poder ordenarlos de acuerdo a su importancia es necesario obtener un índice que responda a tal fin. Un criterio puede ser emplear el ahorro aproximado que produce en la *Función Objetivo* un solo banco de capacitores fijo, ubicado en un nodo “ k ” sin la presencia de otros bancos.

En tal sentido y con el propósito de ganar en velocidad y simplicidad se emplea un *Modelo Aproximado* cuyo uso se extiende también al proceso de *Selección de la Variables Capacitivas*. Este toma toda una serie de aproximaciones que permiten realizar una rápida reducción sin comprometer la optimalidad de la solución final, entre las que se encuentran:

- Considerar solamente la frecuencia fundamental en el cálculo de los *Índices de Importancia*, pues a ella se deben producir las mayores contribuciones al ahorro en la *Función Objetivo*.
- No considerar restricciones en los simples cálculos de optimización involucrados, pues es de esperar que las variables seleccionadas van a seguir siendo importantes en el problema restringido.
- Despreciar las variaciones de la corriente de carga con el voltaje, lo que equivale a emplear modelos de carga de corriente constante.

Atendiendo a todo lo anterior, se tiene que la *Función Objetivo* para el caso de varias variables es:

$$F = X^T \cdot (2 \cdot d - A \cdot X) \quad (4.5)$$

Para el caso de una sola variable X_k :

$$F_k = X_k \cdot (2 \cdot d_k - a_{kk} \cdot X_k) \quad (4.6)$$

Sin considerar restricciones el valor máximo se obtiene derivando e igualando a cero:

$$\frac{\partial F_k}{\partial X_k} = 2 \cdot d_k - a_{kk} \cdot X_k = 0 \quad (4.7)$$

Por tanto:

$$X_k = -\frac{d_k}{a_{kk}} \quad (4.8)$$

El aporte producido por esta variable solamente se obtiene sustituyendo (4.8) en (4.6):

$$Aporte = F_k(X_k) = \frac{d_k}{a_{kk}} \cdot \left(2 \cdot d_k - a_{kk} \cdot \frac{d_k}{a_{kk}} \right) = \frac{d_k^2}{a_{kk}} \quad (4.9)$$

Si este ahorro se calcula para cada nodo, como si en ellos estuviese colocada una única variable capacitiva, se obtiene un conjunto de valores C_k que poden emplearse como *Índice de Importancia* de los mismos. Como la *Función Objetivo* solamente tiene sentido para valores no negativos de X_k , se puede emplear la ecuación:

$$C_k = |d_k| \cdot \frac{d_k}{a_{kk}} \quad (4.10)$$

Según la misma, los nodos con necesidades de reactivo negativas obtienen valores negativos del *Índice de Importancia* y quedan en desventaja con respecto a otros nodos elegibles ($X_k > 0$), por lo que pueden ser eliminados.

Teniendo en cuenta las aproximaciones impuestas, los parámetros d_k y a_{kk} se calculan por:

$$d_k = \sum_{S=1}^L d_k^{S,I} \quad (4.11)$$

$$a_{kk} = \sum_{S=1}^L a_{kk}^{S,I} \quad (4.12)$$

Donde “S” recorre los “L” estados de carga del circuito y el superíndice “I” indica que es un valor obtenido para primer armónico solamente. Nótese que en el caso de a_{kk} solo se necesita calcular la diagonal principal de la matriz A correspondiente.

4.1.3 Selección de las variables capacitivas.

Al llegar a este paso se cuenta con un escalafón de importancia de los nodos con necesidades de reactivo, así como los valores de capacidad y cuánto aportan, aproximadamente, al ahorro un conjunto de bancos de capacitores fijos colocados en estos nodos sin considerar la presencia de otros bancos.

El objetivo ahora es hallar entre los bancos fijos y variables que se pueden colocar en esos nodos candidatos, cuáles conformarán la *Base de Variables Capacitivas* final de acuerdo a su *Índice de Importancia*.

Si la compensación se realiza también en un solo nodo, pero empleando un banco de capacitores controlado, cada uno de sus escalones hace un determinado aporte al ahorro en la *Función Objetivo*. Este aporte se puede emplear como criterio de su *Índice de Importancia*.

En este sentido, si se supone que en determinado nodo se tiene un gráfico de carga reactiva equivalente [134] (Figura 4.1 a)) cuyos estados se pueden ordenar en forma ascendente en cuanto al valor de sus necesidades de reactivo [134] (Figura 4.1 b)).

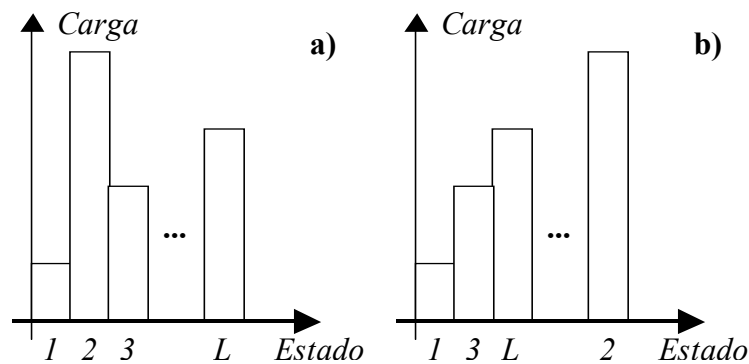


Figura 4.1: Estados de carga: a) Sin ordenar y b) Ordenados.

Llámesele X_1 al valor de un banco fijo que está presente en todos los estados, X_2 a uno presente en todos menos el primero (según el ordenamiento), X_3 a otro presente en todos menos los dos primeros estados y así sucesivamente hasta obtener los “ n ” posibles escalones de un banco de capacitores variable (Figura 4.2).

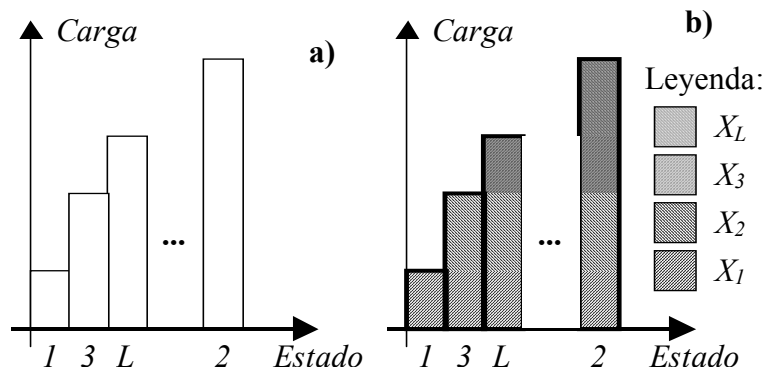


Figura 4.2: Banco controlado: a) Gráfico Ordenado b) Escalones.

La *Función Objetivo* para la compensación en este nodo “*k*” solamente, en función de la magnitud de los escalones del banco controlado, es:

$$\begin{aligned}
 F_k = & X_1 \cdot (2 \cdot d_1 - a_1 \cdot X_1) + (X_1 + X_2) \cdot (2 \cdot d_2 - a_2 \cdot (X_1 + X_2)) + \dots \\
 & \dots + (X_1 + X_2 + \dots + X_n) \cdot (2 \cdot d_n - a_n \cdot (X_1 + X_2 + \dots + X_n)) + \dots \\
 & \dots - K_c \cdot X_1 - K_c \cdot X_2 - \dots - K_c \cdot X_n
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Para hallar los valores de X_1, X_2, \dots, X_n que maximizan a F_k es preciso formar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_k}{\partial X_1} &= 2d_1 - a_1 \cdot X_1 + 2d_2 - 2a_2 \cdot (X_1 + X_2) + \dots + 2d_n - 2a_n \cdot (X_1 + \dots + X_n) - K_c = 0 \\
 \frac{\partial F_k}{\partial X_2} &= 2 \cdot d_2 - 2 \cdot a_2 \cdot (X_1 + X_2) + \dots + 2 \cdot d_n - 2 \cdot a_n \cdot (X_1 + X_2 + \dots + X_n) - K_c = 0 \\
 &\vdots \\
 \frac{\partial F_k}{\partial X_n} &= 2 \cdot d_n - 2 \cdot a_n \cdot (X_1 + X_2 + \dots + X_n) - K_c = 0
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Sustituyendo la segunda ecuación en la primera queda que:

$$X_1 = \frac{d_1}{a_1} \tag{4.15}$$

Sustituyendo la tercera en la segunda conlleva a que:

$$X_2 = \frac{d_2}{a_2} - X_1 \tag{4.16}$$

Procediendo de manera similar para todo escalón diferente del último queda que:

$$X_i = \frac{d_i}{a_i} \quad (4.17)$$

Para la variable del último escalón la ecuación se transforma en:

$$X_n = \frac{d_n - K_c}{a_n} - X_{n-1} \quad (4.18)$$

Sustituyendo y despejando convenientemente en F se obtiene:

$$\begin{aligned} F = & X_1 \cdot \left(d_1 + d_2 + \dots + d_n - \frac{K_c}{2} \right) + X_2 \cdot \left(d_2 + \dots + d_n - \frac{K_c}{2} \right) + \dots \\ & \dots + X_{n-1} \cdot \left(d_{n-1} + d_n - \frac{K_c}{2} \right) + X_n \cdot \left(d_n - \frac{K_c}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

De donde se deriva que el aporte al ahorro producido por el escalón X_j es:

$$Ap_i = X_i \cdot d_{Si} \quad (4.20)$$

Donde:

$$d_{Si} = -\frac{K_c}{2} + \sum_{j=i}^n d_j \quad (4.21)$$

Si este análisis se repite en cada uno de los *Nodos Candidatos*, el valor dado por (4.20) puede ser empleado como *Índice de Importancia* en la conformación de un escalafón que permitirá decidir que elementos conformarán la *Base de Variables Capacitivas* reducida.

4.1.4 Selección de las variables de filtros.

Potencialmente cada armónico analizado constituye una frecuencia posible a filtrar. Si tan solo se fuesen a filtrar las frecuencias armónicas propiamente hasta el armónico de mayor orden analizado en un estudio, el gasto en recursos empleados no justificaría los resultados obtenidos. Más sensato resultaría filtrar solo las frecuencias dadas hasta un valor intermedio por debajo del armónico mayor.

Normalmente, en este rango se incluyen todas las frecuencias de ordenes impares dadas a partir de la fundamental hasta la frecuencia límite, ya que las frecuencias pares, aunque se filtran en ciertos problemas prácticos, no se incluyen en este rango; lo que simplifica notablemente el espectro de búsqueda, en los referente a las frecuencias de sintonía.

Ahora bien, un filtro sintonizado a frecuencia mayor que la fundamental se comporta como un capacitor a este armónico. Si se aprovecha este comportamiento en función de la compensación reactiva, entonces, por cada variable capacitiva potencial se puede incluir un número de variables tipo filtro proporcional al número de frecuencias filtradas.

Al llegar a este paso, se dispone de una serie de capacitores fijos y variables de los cuales se espera un comportamiento favorable en el proceso de optimización. El objetivo ahora es obtener valores que sirvan de *Índice de Importancia* de estos filtros, para lo cual se debe emplear una función que sea capaz de sopesar o promediar tanto el ahorro producido por el comportamiento capacitivo a primer armónico del filtro, como la necesidad de absorber las corrientes distorsionantes de los armónicos más dañinos. Por esto se propone emplear una función que resuelve el problema multiplicando el *Índice de Importancia* del filtro como capacitor, por el *Índice de Distorsión Armónica Individual (IHD)*.

Operativamente se conforma una *Base de Filtros* que contiene un número de elementos igual al de la *Base de Capacitores* multiplicando por la cantidad de frecuencias filtradas. Es decir, cada variable tipo capacitor da lugar a un número de variables de filtros con igual régimen de conexión, pero con frecuencias de sintonías diferentes. Estas recorren los armónicos de órdenes impares superiores al fundamental hasta cierta frecuencia límite.

El *Índice de Importancia* se obtiene multiplicando el índice del capacitor correspondiente por el máximo *IHD* de los estados de carga a que se conecta el filtro tomando en cuenta los valores relativos a su frecuencia de sintonía solamente. Para ello se emplean los resultados de un flujo de cargas con armónicos obtenidos a partir del circuito base que se desea filtrar y compensar, pero sin la inclusión de los elementos con los que se hará este proceso (variables independientes).

La conformación de la *Base de Variables de Filtros* forma parte del algoritmo general que se expone a continuación.

4.1.5 Algoritmo general de reducción.

De forma integral, el proceso de reducción de la *Base de Variables de Partida* se lleva acabo a través de los pasos siguientes:

1. Se determina la base inicial de nodos susceptibles a ubicación. Estos son aquellos donde existan mayores necesidades de reactivo. El criterio que se emplea es seleccionar todos los nodos en los que la ubicación de un capacitor fijo da un *Valor*

Actual Neto positivo ($VAN > 0$) suponiendo que es el único banco a ubicar en el circuito, con lo que se obtiene un *Conjunto de Nodos Candidatos* que se pueden ordenar de acuerdo a su *Aporte al Ahorro* o *Utilidades* de la *Función Objetivo*.

2. Para cada nodo seleccionado, se convierte su banco fijo correspondiente en L bancos controlados (uno por cada estado de carga) determinando el *Aporte al Ahorro* para cada uno de ellos. La optimización se realiza sobre un *Modelo Aproximado* y sin tener en cuenta los bancos de otros puntos. Con este proceso se obtiene una base inicial de capacitores fijos y controlados, así como su ahorro estimado para compensación en un solo nodo.
3. Se ordena la base de capacitores obtenida en orden decreciente del ahorro y se reduce eliminando todos los nodos con ahorro menor al 10 % del banco de mayor ahorro. La base se limita además a una cantidad determinada por una variable cuyo valor puede ser dado por el usuario (ver MAXCAP en Tabla D.3).
4. Utilizando la base de capacitores obtenida, se crea una base de filtros posibles sintonizados a frecuencias impares hasta un límite dado por una variable (ver MAXFREC en Tabla D.3). El *Índice de Importancia* de cada elemento se obtiene multiplicando el ahorro de la variable como capacitor por el máximo *IHD* de los estados de carga a que se conecta el filtro y para su frecuencia de sintonía solamente.
5. La base de filtros obtenida se ordena y se reduce eliminando los filtros con un índice menor a un determinado por ciento (por ejemplo 10 %) del filtro de mayor índice y limitando su número a una cantidad dada por una variable (ver MAXFILT en Tabla D.3).

Como parte de las medidas encaminadas a la *Reducción de la Magnitud del Problema* se realizan otros procesos dentro de las funciones de optimización del algoritmo propuesto, una vez que ha comenzado la obtención iterativa de la solución; una de las cuales consiste en eliminar todas las variables que presenten una valor menor que cierto por ciento (por ejemplo 1 %) de la de mayor valor y otra es reducir su cantidad total a un número dado por una variable (ver MAXVAR en la Tabla D.3).

4.1.6 Ejemplos de reducción.

El empleo del mismo circuito descrito en el Epígrafe 3.6, con iguales datos económicos, permite conformar casos ilustrativos particulares del método de reducción propuesto.

4.1.6.1 Reducción a una sola variable.

Este ejemplo tiene como objetivo mostrar el comportamiento del *Algoritmo de Reducción* en cuanto a la *Selección y Ubicación* de la variable capacitiva de conexión permanente con mayores posibilidades de maximización de los ahorros.

Para ello se conforma y reduce una *Base de Variables* que contiene solamente capacitores fijos ubicados en cada uno de los nodos de interés. Estos nodos son todos menos el correspondiente a la subestación.

Operativamente esto se logra dando valores apropiados a determinadas variables del programa. Por ejemplo haciendo $FIXEDTP = 1$, solo se tendrán en cuenta bancos que operen durante todos los estados de carga. Para que solo sean capacitores se hace $MAXFILT = 0$ y con $MAXCAP = 1$ se garantiza la selección de solo una variable capacitiva.

La Tabla 4.1 muestra los *Índice de Importancia* (ver expresión (4.20)) de los elementos que conforman la *Base de Variables Capacitivas* que se reduce. Es evidente que el capacitor permanente correspondiente al nodo cuatro, posee el primer lugar en cuanto a posibilidades de ahorro según estos índices.

Tabla 4.1: Ordenamiento de las *Variables Capacitivas*.

Nodo	Índice de Importancia	Orden
1	15.0	9
2	108.8	8
3	343.2	4
4	506.5	1
5	448.4	2
6	395.7	3
7	323.1	5
8	246.2	6
9	192.3	7

Para demostrar que este capacitor es correctamente *Seleccionado y/o Ubicado* según el algoritmo propuesto, se ha construido un gráfico tridimensional con los resultados de una búsqueda exhaustiva de manera similar al ejemplo del Epígrafe 3.6.1.

Esta búsqueda ha calculado el *Valor Actual Neto* del proyecto de optimización para compensación en un solo nodo, variando la capacidad de un capacitor permanente colocado en el mismo, en un rango de cero a veintinueve unidades de 300 *Ckvar*. Realizando este proceso en cada uno de los diez nodos del circuito (para un total de $30 \times 10 = 300$ puntos de evaluación) se obtiene una gráfica como la mostrada en la Figura 4.3.

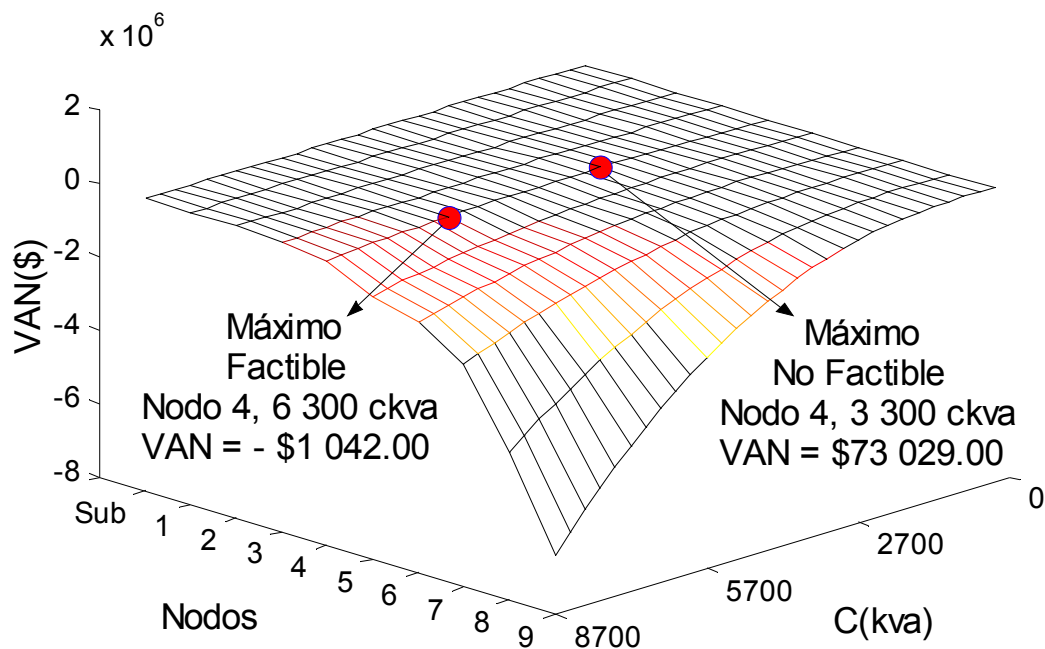


Figura 4.3: Reducción a una sola variable capacitiva.

Se han resaltado también los máximos *estandarizados* del *Área No Factible* (superficie de líneas negras) y del *Área Factible* (superficie de líneas en colores). Nótese que ambos se encuentran sobre el trazo correspondiente al capacitor del nodo cuatro, lo que demuestra la validez del procedimiento propuesto en cuanto a la *Selección y/o Ubicación* de variables en este caso. El correcto *Dimensionamiento* de la variable seleccionada da como respuesta final un capacitor fijo de 6300 *Ckvar* situado en el nodo cuatro (ver Epígrafe 4.2.5.1).

4.1.6.2 Reducción de una gran cantidad de variables.

Empleando los resultados del ejemplo del Epígrafe 3.6.2, donde se optimiza una *Base de Variables de Partida* de 150 elementos (ver ecuación (4.3)), se obtiene la Tabla 4.2. Esta permite comparar algunos datos de interés con respecto a una *Variante Reducida* obtenida con el algoritmo propuesto anteriormente.

La reducción se efectuó tomando los mejores 50 elementos de la misma *Base de Partida* y el *Valor Actual Neto* del proyecto es el resultante de *redondear (estandarizar)* todas las variables continuas de una vez, obtenidas en la iteración de convergencia.

Tabla 4.2: Resultados de la reducción (circuito de 10 nodos).

Parámetros	Sin reducir	Reduciendo
Cantidad de Variables	150	50
Tiempo en Reducción de la Base	0	13 Segundos
Tiempo en Flujos de Carga	2.07 Minutos	19 Segundos
Tiempo en Formación del Modelo para los Sub Problemas QP	6.36 Minutos	0.40 Minutos
Tiempo en Optimización (Solución de Sub Problemas QP)	20.29 Minutos	0.11 Minutos
Tiempo Total (minutos)	28.77 Minutos	0.83 Minutos
Iteración de convergencia	27	8
VAN del proyecto (pesos)	113 430	114 580

El resultado más importante es que se logra alcanzar una respuesta que solo difiere en un 1% de la respuesta obtenida sin reducción, pero ahorrando el 97.1 % del tiempo total. El hecho de que el valor de la *Función Objetivo* sea incluso mejor para el caso reducido, es consecuencia del proceso de estandarización de las variables que será abordado más adelante.

Otro ejemplo donde se evidencian las ventajas de esta medida se observa en la optimización del circuito de 69 nodos y tres estados de carga cuyos datos aparecen en el Anexo C.2. Teóricamente la cantidad de variables del vector de partida sería de 1035, empleando en su conformación la misma lógica que la del ejemplo anterior (tres estados de carga, cinco frecuencias a filtrar y se analizan los 13 armónicos no nulos hasta el 29).

Este elevado número no permite hacer una rápida corrida de este caso en una computadora personal. Al intentar su solución con un Pentium Celeron a 460 MHz y 64 Mbytes de RAM, se decidió abortar la corrida al cabo de en una hora aproximadamente, sin terminar

aún la primera iteración. Sin embargo, al reducir esta extensa base a solo los 50 elementos con mejores perspectivas, la respuesta óptima se encontró en tan solo siete minutos (ver Anexo C.3).

4.2 Solución en números enteros.

Tanto los bancos de capacitores como los filtros están compuestos por elementos capacitivos que comúnmente se comercializan en unidades estándar. Esta imposición del mercado obliga a reformular la optimización como un problema de *Programación No Lineal en Números Enteros* de difícil solución.

4.2.1 Algoritmo de estandarización.

Algunos problemas discretos se pueden resolver solucionando primero un problema continuo equivalente [32] y redondeando luego la respuesta final obtenida; aunque esto pueda resultar muy cómodo, no siempre brinda los mejores resultados [71][65].

Las variables discretas se pueden obtener no solamente mediante la *Discretización Directa* de la solución final del problema continuo. Otra práctica, que brinda resultados más aceptables en ciertos problemas, consiste en la *Eliminación Progresiva* de las *Variables Discretas* del *Conjunto de Variables Independientes*, las cuales pueden reajustar libremente sus valores para mantener la optimalidad de la solución del *Problema de Orden Reducido* resultante.

El algoritmo a seguir es extraer una *Variable Discreta*, escogida mediante cierto *Criterio de Selección*, y redondearla al *Valor Discreto Más Cercano*. Después de la eliminación de una variable discreta se resuelve el *Problema de Orden Reducido* para las *Variables Libres* restantes. Una vez encontrada la solución del *Problema de Orden Reducido* se elimina otra *Variable Discreta* y se repite el ciclo hasta que todas hayan sido eliminadas [32].

En el capítulo anterior se planteó el algoritmo que permite encontrar la respuesta óptima continua empleando el método SQP. En cada macroiteración del SQP se resuelve un sub-problema QP clásico empleando como información los resultados de un *Modelo* aproximado de la *Función Objetivo* real.

Una opción práctica consiste en llevar a cabo la *Estandarización* en el sub-problema QP resultante en la iteración donde ha convergido el problema continuo, ya se ha planteado que resulta más conveniente hacer una discretización mediante *Eliminación Progresiva* que la de todas las variables de una vez (*Estandarización o Discretización Directa*).

Además hay que decir que la naturaleza aproximada de la información (solamente derivada hasta el segundo orden) con la que se construye el sub-problema hace posible encontrar situaciones donde las respuestas estandarizadas de las macroiteraciones intermedias son mejores que la de la iteración final. Compárense la iteración cinco y siete en la Figura 4.4, donde se han colocado las respuestas de la *Variante Reducida* del ejemplo dado en 4.1.6.2.

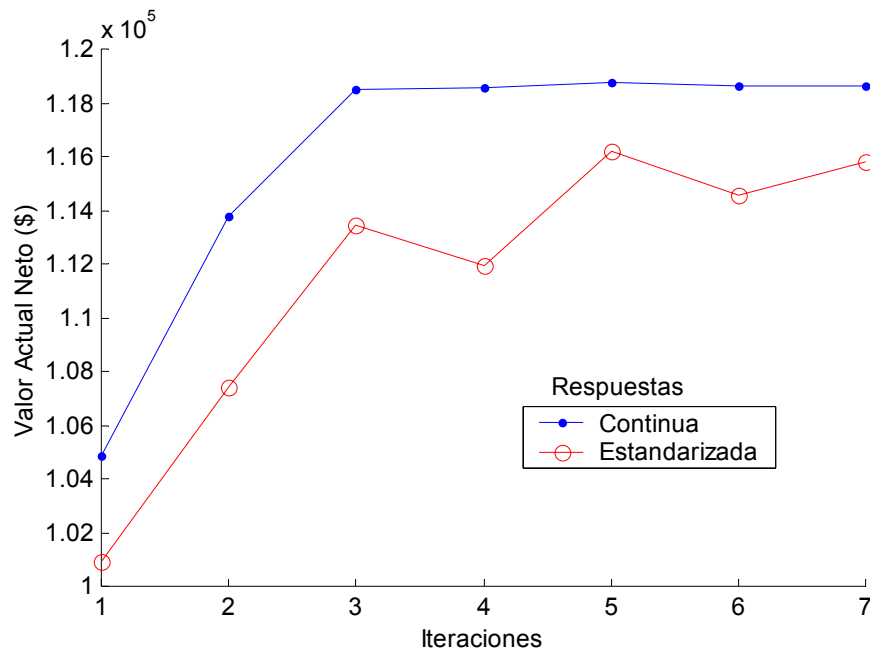


Figura 4.4: Respuestas de la *Variante Reducida*.

Por estas razones se propone realizar el proceso de *Estandarización* no sólo en la última macroiteración del método *SQP*, sino también en todas las intermedias con el objetivo de almacenar la mejor variante que se obtenga en todo el proceso.

4.2.2 Criterio de selección de la variable a redondear.

La selección de la variable a estandarizar mediante *Discretización por Eliminación Progresiva* constituye un paso de gran importancia que no debe realizarse al azar. Diversos pueden ser los criterios a emplear en este proceso, de los cuales aquí se exponen algunos que han sido estudiados, los que se pueden clasificar en dos grupos:

1. Los que trabajan directamente con los valores de las variables.
2. Los que trabajan con las posibles variaciones en la *Función Objetivo*.

Dentro del primer grupo se emplean los siguientes:

1. La variable que presente la menor diferencia absoluta entre su valor continuo y el estandarizado:

$$\text{Mínimo}\{Valor\ Absoluto(X_{Continua} - X_{Estandarizada})\} \quad (4.22)$$

2. La variable que presente la menor diferencia absoluta porcentual entre su valor continuo y el estandarizado:

$$\text{Mínimo}\left\{Valor\ Absoluto\left[\frac{(X_{Continua} - X_{Estandarizada})}{X_{Continua}}\right]\right\} \quad (4.23)$$

3. La variable que presente mayor valor continuo:

$$\text{Máximo}\{X_{Continua}\} \quad (4.24)$$

Los criterios del segundo grupo son un poco más elaborados y en algunos casos implican operaciones más complejas que las del primer grupo. Los que se han empleado y se explicarán más adelante basan sus fundamentos en la no-consideración de las restricciones del problema, o sea:

$$\text{Máximizarse}\{f(X) = X^T \cdot (2 \cdot d - A \cdot X)\} \quad (4.25)$$

Si no se consideran restricciones, como se planteó, su solución es:

$$X = A^{-1} \cdot d \quad (4.26)$$

Este valor produce un ahorro relacionado con la *Función Objetivo* dado por:

$$\text{Ahorro} = f(X = A^{-1} \cdot d) = X^T \cdot d \quad (4.27)$$

Según las consideraciones anteriores, cuando la variable “*i*” se modifica en un ΔX_i , el ahorro disminuye en [134]:

$$\Delta \text{Ahorro} = \Delta f = -\frac{\Delta X_i^2}{a_{ii}} \quad (4.28)$$

Donde a_{ii} es el término de la diagonal principal de la matriz A correspondiente a la posición de la variable “*i*”.

Este análisis permite plantear los siguientes *Criterios de Selección de Variables* que clasifican en el segundo grupo:

4. La variable que al ser estandarizada, provoca la mínima disminución del ahorro:

$$\text{Mínimo} \left\{ \frac{\Delta X_i^2}{a_{ii}} \right\} \quad (4.29)$$

5. La variable más importante en la solución, que al quitarla provoca la máxima reducción de ahorro:

$$\text{Máximo} \left\{ \frac{X_i^2}{a_{ii}} \right\} \quad (4.30)$$

6. La variable de máxima contribución al ahorro [134]:

$$\text{Máximo} \{X_i \cdot d_i\} \quad (4.31)$$

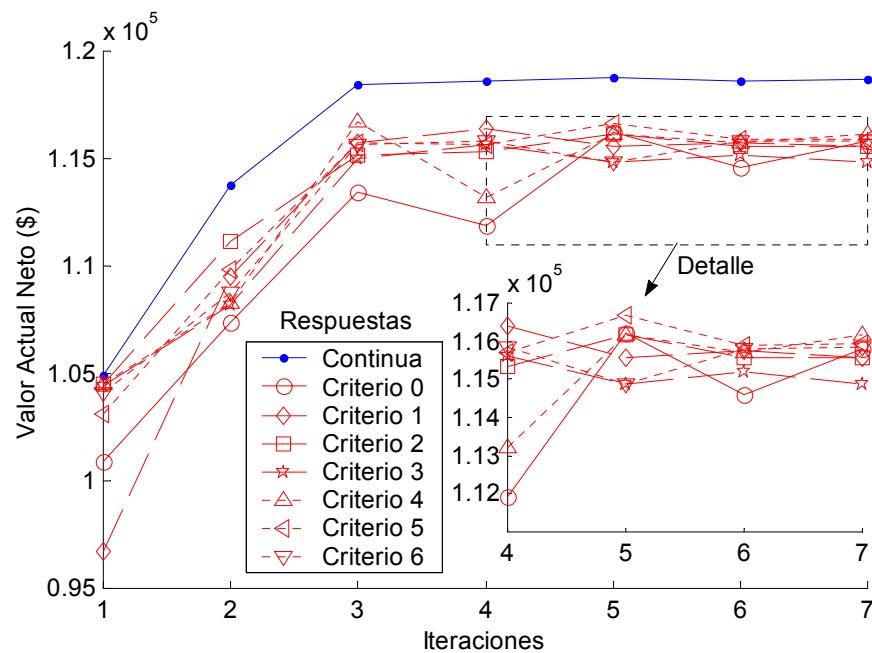


Figura 4.5: Respuestas para cada criterio de selección.

En la Figura 4.5 se muestran los resultados de aplicar los diferentes criterios a las respuestas continuas que se van obteniendo en cada una de las iteraciones de la *Variante Reducida* del ejemplo dado en 4.1.6.2. El “*Criterio 0*” corresponde al caso en que la respuesta estándar se obtiene mediante la discretización de todas las variables a las vez; es decir, sin aplicar la *Discretización por Eliminación Progresiva* sino la *Discretización Directa*.

A pesar de no poder afirmarse cual criterio es esencialmente el que mejor resultado brinda, sí se evidencia que todos ofrecen una respuesta con menor valor en la *Función Objetivo* respecto a la respuesta continua, pero mejor que la resultante del *Criterio 0*.

4.2.3 Implementación práctica del *Sub-Problema QP*.

Durante la solución del problema *QP* en curso, es posible encontrar casos donde no exista un conjunto de variables capaces de hacer cumplir con todas las restricciones impuestas; lo que puede suceder lo mismo, al inicio en la obtención de la *Respuesta Continua*, que en cualquiera de los pasos del cálculo de la *Respuesta Discreta (Estándar)*.

Así pues, la *Estandarización* mediante *Discretización por Eliminación Progresiva* suele conllevar, a veces, a que el *Problema de Orden Reducido* no posea una solución que cumpla con las restricciones impuestas; aunque el *Problema No Reducido* o de *Orden Inmediato Superior* si las cumpla.

Una vía para afrontar esta situación consiste en reformular el problema agregando una *Variable de Holgura* que afecte todas las restricciones. El cuadrado de esta variable auxiliar se resta de la *Función Objetivo* para que el optimizador tienda a reducirla al máximo. La transformación resulta en el siguiente *Problema Flexibilizado*:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar : } & \left\{ f(X) = X^T \cdot (2 \cdot d - A \cdot X) - \gamma^2 \right\} \\ \text{Sujeto a : } & \begin{cases} U \cdot X - \gamma \leq u \\ X \geq 0 \\ \gamma \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Este planteamiento equivale a agregar un elemento al vector de *Variables Independientes* y evaluar sus coeficientes correspondientes en los términos lineal y cuadrático de la *Función Objetivo* del modelo de la siguiente forma:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \\ \hline \gamma \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \\ \hline 0 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \\ \hline 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \left\| \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hline 1 \end{array} \right. \quad (4.33)$$

El nuevo problema dado por (4.32) no obliga al cumplimiento de las restricciones, sino que hace lo máximo por cumplirlas.

Con estas consideraciones el *Algoritmo de Solución del Sub-Problema QP* queda así:

Repetir

Resolver el problema cuadrático de orden n ($QP(n)$) dado por los parámetros en curso:

Se soluciona el problema dado por la Ecuación (3.116) y si no posee solución, se conforma y resuelve el *Problema Flexibilizado* (Ecuación (4.32)).

Si el problema no ha sido reducido previamente se almacena su *Solución Continua* (*Respuesta Continua del Sub-Problema QP*).

De la *Solución Continua* del problema de orden n ($QP(n)$) en curso:

Se escoge una variable mediante cierto *Criterio de Selección*.

Se discretiza a su *Valor Estándar Más Cercano*.

Se extrae y almacena la *Variable Discretizada* y se conforma el *Problema de Orden Reducido* ($QP(n-1)$).

Se hace $n = n - 1$

Hasta que todas las variables estén estandarizadas ($n = 0$).

Al final de este algoritmo se deben obtener dos respuestas: una de valores continuos y otra de valores estándar. Además, la extracción de las variables para conformar el *Problema de Orden Reducido* implica un proceso de reajuste de los parámetros d y u del modelo (ver Anexo B.5).

4.2.4 Algoritmo general.

Llevar a cabo la *Estandarización* implica modificar el *Algoritmo de Optimización* propuesto en el capítulo anterior. Este quedaría de la siguiente forma:

Hacer $X = 0$.

Repetir:

5. Para cada nivel de carga considerado, se emplea un “*Flujo de Potencia de Armónicos*” (*HPF*) para la obtención de todas las inyecciones de corrientes y voltajes armónicos en los nodos.
6. Empleando los datos previamente obtenidos, se calculan todos los parámetros del modelo propuesto: d , A , U y u .

7. Se resuelve el sub-problema de programación cuadrática en curso (*Sub-Problema QP*) obteniéndose su respuesta continua y estándar según el algoritmo planteado en el Epígrafe 4.2.3.
8. De acuerdo con los valores de la *Solución Entera Sub-Optima* corriente se acumula la *Mejor Solución Factible*.
9. Se actualizan los parámetros del circuito asociados al *Vector Solución Corriente*.

Hasta que se obtenga convergencia.

La selección de la *Mejor Solución Factible*, está en dependencia de si esta cumple o no con las restricciones así como de su valor en la *Función Objetivo*.

4.2.5 Ejemplos de estandarización.

La conveniencia del empleo del algoritmo de estandarización propuesto se demuestra empleando los mismos circuitos utilizados en los ejemplos del Capítulo 3 cuyos datos se encuentran en el Anexo C.

Nuevamente se retoma el caso del ejemplo de una variable y se describe otro donde se estandariza un número relativamente elevado de elementos.

Antes de continuar se debe aclarar que la realización plena de las ventajas del *Algoritmo de Estandarización* no puede observarse sin la ausencia del *Algoritmo de Reducción o Selección de las Variables*. Ambos forman parte de una misma metodología y por tanto los ejemplos aquí resueltos son el resultado de la aplicación íntegra y conjunta de los mismos a través del *Algoritmo General de Optimización* (Epígrafe 4.3).

4.2.5.1 Estandarización de una variable.

En el ejemplo dado en 4.1.6.1 se demostró como el *Algoritmo de Reducción* propuesto lograba la *Selección y/o Ubicación* correcta de una variable capacitiva con régimen de conexión permanente. La demostración del correcto *Dimensionamiento* de esta variable mediante el algoritmo de *Estandarización* se evidencia en la Tabla 4.3.

Esta muestra los valores que va tomando la variable y su *VAN* asociado durante el proceso de optimización. Se han resaltado las iteraciones donde se cumplen todas las restricciones, siendo incumplida al menos una en las no resaltadas.

Tabla 4.3: Respuesta continua y estándar del ejemplo dado en 4.1.6.1.

Iteración		X (Ckvar)	VAN (\$)	Iteración		X (Ckvar)	VAN (\$)
1	Continua	391	16139	10	Continua	2359	63908
	Estándar	300	12417		Estándar	2400	64429
2	Continua	655	25822	11	Continua	2500	65961
	Estándar	600	24036		Estándar	2400	64429
3	Continua	930	33892	12	Continua	2706	69846
	Estándar	900	32973		Estándar	2700	69729
4	Continua	1150	41860	13	Continua	5122	43496
	Estándar	1200	43808		Estándar	5100	44051
5	Continua	1494	53572	14	Continua	6577	-16658
	Estándar	1500	53729		Estándar	6600	-18043
6	Continua	1955	60857	15	Continua	6334	-2851.8
	Estándar	2100	61807		Estándar	6300	-1042.0
7	Continua	2083	61705	16	Continua	6323	-2263.0
	Estándar	2100	61807		Estándar	6300	-1042.0
8	Continua	2170	62241	17	Continua	6322	-2209.6
	Estándar	2100	61807		Estándar	6300	-1042.0
9	Continua	2256	62872	18	Continua	6322	-2209.6
	Estándar	2400	64429		Estándar	6300	-1042.0

Es evidente que la mejor respuesta estándar que cumple las restricciones se obtiene en la iteración 15 y se repite sucesivamente hasta la convergencia. Este valor de 6300 Ckva es el correspondiente al punto del “Máximo Factible” señalado en la *Búsqueda Exhaustiva* de la Figura 4.3, con lo que queda demostrado el correcto *Dimensionamiento* de la variable seleccionada en este caso, según los algoritmos propuestos.

4.2.5.2 Estandarización de una gran cantidad de variables.

En el Anexo C.3 aparecen los resultados de algunas pruebas realizadas al circuito de 69 nodos empleando el algoritmo de estandarización propuesto. La Tabla 4.4 muestra el *Valor Actual Neto* del proyecto de optimización con las mejores 50 variables para varios *Valores Discretos* de las *Unidades Capacitivas Empleadas*. Estos resultados son los mejores obtenidos en el proceso, tanto para la *Respuesta Continua* como para las discretizadas según los diferentes *Criterios de Selección* incluyendo la *Discretización Directa* de todas las variables a la vez.

Tabla 4.4: Valor del VAN (\$) para diferentes respuestas.

Respuesta	Unidades capacitivas empleadas (<i>Ckvar</i>)				
	100	300	500	700	900
Continua	186050	186060	186060	185720	185700
D. Directa	183210	179030	164880	165410	143910
Criterio 1	185840	184050	175950	168320	159190
Criterio 2	185800	184050	173460	173130	159190
Criterio 3	185800	184230	176680	165410	159190
Criterio 4	185930	184050	172350	173130	159190
Criterio 5	185880	184230	176490	165540	161730
Criterio 6	185800	183380	174880	165410	161730

Si se calculan las diferencias entre las respuestas estandarizadas y su respuesta continua correspondiente se puede construir la Tabla 4.5, donde los resultados se han expresado porcentualmente. Estas cifras relativas permiten clarificar ciertas observaciones.

Tabla 4.5: Disminución porcentual del VAN respecto al de respuesta continua.

Respuesta	Unidades capacitivas empleadas (<i>Ckvar</i>)				
	100	300	500	700	900
Continua	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
D. Directa	1.53	3.78	11.38	10.94	22.50
Criterio 1	0.11	1.08	5.43	9.37	14.28
Criterio 2	0.13	1.08	6.77	6.78	14.28
Criterio 3	0.13	0.98	5.04	10.94	14.28
Criterio 4	0.06	1.08	7.37	6.78	14.28
Criterio 5	0.09	0.98	5.14	10.87	12.91
Criterio 6	0.13	1.44	6.01	10.94	12.91

Primero: es evidente que la *Discretización Directa* resulta por regla general en una mayor disminución del VAN que la *Discretización por Eliminación Progresiva* según cualquiera de los *Criterios de Selección* mostrados. Segundo: a medida que los *Valores Discretos* de las *Unidades Capacitivas* empleadas se incrementan, lo hacen también las disminuciones porcentuales de la *Función Objetivo (VAN)*. Tercero: no resulta muy evidente cual *Criterio de Selección* es el más adecuado de todos, pero todos superan la *Discretización Directa (Criterio 0)*.

4.3 Algoritmo general de optimización.

De acuerdo a los algoritmos individuales anteriormente analizados, el algoritmo general de *Optimización* queda como se muestra:

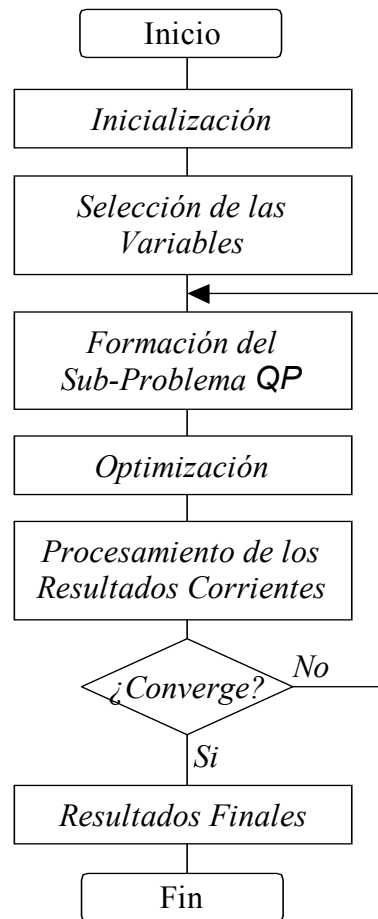


Figura 4.6: Algoritmo general de Optimización.

La función de cada bloque puede ser descrita de la siguiente forma:

Inicialización: se crean e inicializan toda una serie de variables que se emplean en diferentes partes del proceso.

Selección de las Variables: se seleccionan las variables capacitivas y de tipo filtro que conforman el vector de variables a optimizar.

Formación del Sub-Problema QP: se calculan todos los parámetros que conforma el modelo cuadrático equivalente de la *Función Objetivo* dado por los datos de la iteración en curso.

Optimización: se resuelve el sub-problema QP obteniéndose dos respuestas: una continua y otra estandarizada.

Procesamiento de los Resultados Corrientes: se calculan los resultados verdaderos de la respuesta estandarizada obtenida, se evalúa la *Función Objetivo Real* de la misma y se compara con la mejor variante obtenida hasta el momento. Si es más conveniente la sustituye.

¿Converge?: chequeo de convergencia del proceso de optimización correspondiente al método SQP.

Resultados Finales: se imprimen los principales resultados de la respuesta final obtenida.

4.4 Conclusiones parciales.

- La *Reducción del Problema de Compensación de Reactivo en Sistemas Contaminados por Armónicos* es una necesidad práctica real debido al rápido crecimiento de la magnitud del problema con el incremento de las variables y el número de frecuencias analizadas.
- La propiedad predominante de la magnitud de la potencia reactiva a la frecuencia fundamental ayuda a realizar una rápida selección de las variables más importantes de acuerdo a las necesidades de reactivo.
- En el algoritmo de *Selección de las Variables de Partida* no es posible realizar un *Índice de Importancia* de variables tipo *Filtro* junto a las tipo *Capacitor* empleando el *Modelo Simplificado*. Esta discriminación es posible solamente cuando se realiza el proceso de optimización y empleando el *Modelo* (no simplificado) propuesto en el Capítulo 3.
- La combinación del *Índice de Importancia* de una variable tipo capacitor con el máximo *IHD* en su nodo correspondiente mediante su *producto*, permite sopesar adecuadamente el *Ahorro Esperado* a primer armónico con la *necesidad técnica de absorber las corrientes distorsionantes* de los armónicos más dañinos.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Se ha desarrollado un *Flujo de Cargas con Armónicos* que tiene como ventajas:
 - a. El análisis de forma conjunta de cargas no lineales representadas tanto por patrones de armónicos como por modelos de fuentes dependientes.
 - b. Independencia o desacople en el cálculo de las inyecciones de cada carga con respecto a las demás lo que permite modelarlas de forma cerrada e incluso empleando técnicas en el dominio del tiempo y otros métodos.
 - c. Una implementación que integra en el mismo algoritmo el *Método de Penetración de Armónicos* con el *Método Iterativo para Fuentes Dependientes* aprovechando las ventajas de ambos métodos de análisis.
 - d. Una *Fácil Formulación e Implementación* respecto a otros métodos.
2. Se ha formulado el *Problema de Optimización* para la *Compensación de Potencia Reactiva en Sistemas Contaminados con Armónicos Empleando Capacitores y Filtros Pasivos LC Sintonizados Tipo Shunt*. Esta formulación utiliza:
 - a. Una *Función Objetivo* de gran potencialidad, que permite:
 - i. Determinar el *Ahorro* logrado por el proyecto de compensación como una *función explícita* de las variables independientes del problema: múltiples compensadores fijos y controlados ubicados y sintonizados arbitrariamente.
 - ii. Evaluar los *Costos de Pérdidas y de Energía* mediante *Coefficientes de Costo* independientes para cada estado de carga considerado.
 - iii. Evaluar los *Costos de Inversión, Depreciación y Valor Residual* para cada uno de los elementos a optimizar empleados en el *Proyecto de Compensación*.
 - iv. Evaluar *Económicamente en el Tiempo* estos costos mediante el método del *Valor Actual Neto* a través de *Tasas de Interés del dinero* y de *Impuestos, Años de Evaluación del Proyecto* y de *Vida Útil de los Elementos Empleados*; sobre una base anual del monto resultante de *Beneficios* contra *Costos*.

- b. Un *Conjunto de Restricciones* que permite acotar siguiendo las normas internacionalmente establecidas los siguientes parámetros en cada nodo y estado de carga del circuito objeto de estudio:
 - i. *Límite Máximo de Distorsión Armónica Total.*
 - ii. *Límite Máximo de Distorsión Armónica Individual* para cada frecuencia analizada.
 - iii. *Límite Máximo y Mínimo del Voltaje Efectivo.*
3. Se ha desarrollado un *Modelo Diferencial* mediante el uso de *Matrices de Sensitividad* cuyo empleo permite hacer una excelente *Aproximación Cuadrática* de la *Función Objetivo* y establecer un *Conjunto de Restricciones Linealizadas* para conformar un *Problema Cuadrático Clásico*.
4. Se ha implementado un *Método de Optimización* basado en la gran potencialidad de la *Técnica de Programación Cuadrática Secuencial (SQP)* que utiliza el *Modelo Diferencial* anterior para construir el *Problema QP* en cada iteración del proceso.
5. Se ha desarrollado e implementado un *Método de Selección y Reducción* que permite realizar una rápida *Selección de las Variables de Partida* y reducir su cantidad de acuerdo a *criterios cuantitativos* matemáticamente fundamentados que conjugan su *Aporte Económico* con sus *Necesidades Técnicas*. Este método es de gran importancia pues disminuye notablemente los *Requerimientos de Memoria* y los *Tiempos de Ejecución* favoreciendo la solución de problemas de magnitudes mayores.
6. Se ha desarrollado e implementado un *Método de Estandarización* para la *discretización* de las *variables* obtenidas por *matemática continua*, que permite minimizar en lo posible el efecto de la reducción del ahorro teórico debido a este proceso, empleando varios criterios.
7. La generalidad lograda en el desarrollo de la metodología de optimización desarrollada permite de forma sencilla:
 - a. Modificar los modelos para la representación de los componentes lineales del sistema eléctrico e incluir nuevos modelos para la representación de otros tipos de cargas no-lineales.
 - b. Incluir como variables independientes, nuevos tipos de filtros pasivos.

- c. Reformular el problema mediante un modelo ABC de la red, necesario para evaluar sistemas desbalanceados.
 - d. Modificar los costos de las pérdidas debidas a los diferentes armónicos para considerar su efecto diferente en el sistema.
 - e. Considerar otros criterios de depreciación de los equipos empleados, así como diferentes valores de las variables económicas involucradas en el proyecto: *tasa de interés del dinero, impuestos, etc.*
 - f. Incluir nuevos tipos de restricciones como: límites de reactivo, límites de distorsión en corriente y de otros índices característicos según se considere.
8. Por sus puntos de contacto con el problema de compensación mediante dispositivos activos, es altamente recomendable intentar unir en una sola metodología la compensación mediante elementos pasivos (LC) junto a elementos activos (como los APLC).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Akagi, H.; Kanazawa, Y.; and Nabae, A.; “Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components”. IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 625–631, May 1984.
- [2] Akagi, H.; Nabae, A. and Atoh, S.; “Control strategy of active power filter using multiple voltage-source PWM converters”. IEEE Transactions on Industry Applications, pp.460-465, Vol. IA-22, No.3, May/June 1986.
- [3] Akagi, Hirofumi; Fujita, Hideaki and Wada, Keiji; “A shunt active filter based on voltage detection for harmonic termination of a radial power distribution line”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [4] ANSI C82.11-93.
- [5] ANSI C82.1-1992, Draft revision of specification for high frequency fluorescent lamps ballast, 1992.
- [6] Aredes, Mauricio; Heumann, Klemens; Watanabe, Edson H.; “An universal active power line conditioner”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 545-551, Vol. 13, No. 2, April 1998.
- [7] Arrillaga, J.; Bradley, P.A. and Bodger, P.S.; “Power System Harmonics”, John Wiley & Sons, 1985.
- [8] Arrillaga, J. and Callaghan, C.D., “Three phase AC-DC load and harmonic flows”, Current Counter (CC-1922).
- [9] Arrillaga, J. y Eguíluz, L.I.; “Armónicos en sistemas eléctricos de potencia”, 373p., Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria, Santander, España, 1994.
- [10] Ashari, M; Nayar, C.V. and Islam, Syed; “Mitigation of line and neutral current harmonics in three-phase distribution systems”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [11] Baghzouz, Y.; “Effects of nonlinear loads on optimal capacitor placement in radial feeders”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 245-251, Vol. 6, No. 1, January 1991.

- [12] Baran, M.E. and Wu, F.F.; "Optimal capacitor placement on radial distribution systems". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 725-734, Vol. 4, No. 1, 1989.
- [13] Bemmouyal, Gabriel; Bilodeau, Humbert; Chano, Semon and Sybille, Gilbert, "New Algorithm for protection of capacitor bank exposed to harmonic overvoltages". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 898-904, Vol. 8, No. 3, July 1993.
- [14] Blasko, Vladimir; "Adaptive filtering for selective elimination of higher harmonics from line currents of a voltage source converter"; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [15] Brioschi, Ricardo O; Lamego, Marcelo M. and Vieira, José L.F; "A low cost high power factor electronic ballast"; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [16] Cameron, Malcolm M.; "Trends in power factor correction with harmonic filtering". IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 60-65, Vol. 29, No. 1, January/February 1993.
- [17] Carlton, Dan; Dunford, William G. and Edmunds, Mark; "'Delta-delta' three-phase boost power factor correction circuit operating in discontinuous conduction mode"; IEEE-IAS Conference Record, Phoenix, Arizona, October, 1999.
- [18] Carrescia, M; Profumo, F. and Tartaglia, M.; "Prediction of magnetic fields in multiconductor systems with significant harmonic currents"; IEEE-IAS Conference Record, Phoenix, Arizona, October, 1999.
- [19] Cavallini, A; Fabiani, D; Mazzanti, G. and Montanari, G.C; "The effect of power system harmonics on cable endurance a critical review to IEEE Std. 519 voltage distortion limits"; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [20] Cavallini, A; Mazzanti, G; Montanari, G.C. and Romagnoli, C; "Design of shunt capacitor circuits for power factor compensation in electrical systems supplying non-linear loads: a probabilistic approach"; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.

- [21] Chang, W.K. and Grady, W.M; “Minimizing harmonic voltage distortion with multiple current–constrained active power line conditioners”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 837-843, Vol. 12, No. 2, April 1997.
- [22] Chang, W.K.; Grady, W.M.; Samotyj, M.J.; “Meeting IEEE-519 harmonic voltage and voltage distortion constraints with an active power line conditioner”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1531-1537, Vol. 9, No. 3, July 1994.
- [23] Chardaire, P. and Lisser A.; “Minimum cost multicommodity flow”, 28p., November 1999.
- [24] Chatterjee, Kamallesh; Venkataramanan, Giri; Cabrera, Manuel and Loftus, David; “Unity power factor single phase ac line current conditioner”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [25] Chen, Kao; “The impact of energy efficient equipment on system power quality”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [26] Cheng, Po-Tai; Bhattacharya, Subhashish and Divan, Deepak; “Experimental verification of Dominant Harmonic Active Filter (D.H.A.F.) for high power applications”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [27] Cheng, Po-Tai; Bhattacharya, Subhashish and Divan, Deepak; “Operations of the dominant harmonic active filter (DHAF) under realistic utility conditions”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [28] Chi-Jui Wu; Chung-Hsing Hu; Shih-Shong Yen; Chin-Chung Yin; Ching-Chuan Chin; “Application of regression models to predict harmonic voltage and current growth trend from measurement data at secondary substations”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 793-799, Vol. 13, No. 3, July 1998.
- [29] Choe, G.H. and Park, M.H.; “A new injection method for ac harmonic elimination by active power filter”. IEEE Transactions on Industrial Electronics, pp.141-147, Vol. 35, No. 1, February 1988.
- [30] Chu, R.F.; Wang, J.; and Chiang, H.; “Strategic planning of LC compensators in nonsinusoidal distribution systems”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1558-1563, Vol. 9, No. 3, July 1994.
- [31] Civanlar, S. and Grainger, J.J.; “Volt/Var control on distribution systems with lateral branches using shunt capacitors and voltages regulators: Parts I, II and

- III”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp. 3278-3297, Vol. PAS-104, No. 11, 1985.
- [32] Coleman, Thomas; Branch, Mary Ann and Grace, Andrew; “Optimization Toolbox User’s Guide (Version 2)”, © COPYRIGHT 1990-1999 by The MathWorks, Inc, Third printing Revised for Version 2 (Release 11), January 1999.
- [33] Dell’Aquila, Antonio; Lassandro, Alessandro and Zanchetta, Pericle; “Modeling of line side harmonic currents produced by variable speed induction motor drives”. IEEE Transactions on Energy Conversion, pp. 263-269, Vol. 13, No. 3, September 1998.
- [34] Dewan, Shashi B.; Sydney Segsworth, R. and Biringer, Paul.; “Input filter design with static power converters”; IEEE Transactions on Industry and General Applications, pp. 378, Vol. IGA-6, No. 4, July/August 1970.
- [35] do Prado, Ricardo N.; Bonaldo, Saul A. and Greff, Diego S.; “A high power factor flyback-half-bridge electronic ballast with dimming feature”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [36] do Prado, Ricardo N; Bonaldo, Saul A; Greff, Diego S. and Bisogno, Fabio E; “A unity power factor electronic ballast for fluorescent lighting”; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [37] Du, A.P., Arrillaga, J. and Watson, N.; “Continuous harmonic state estimation of power systems”, IEE Proceedings on Generation, Transmission & Distribution, pp.329-336, Vol. 143, No. 4, July 1996.
- [38] Du, Y; Burnett, J. and Fu, Z.C.; “Harmonic characteristics, limits and design strategies for compliance in office buildings”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [39] Ekanayake, J.B. and Jenkins, N.; “A three-level advanced static var compensator”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 540-545, Vol. 11, No. 1, January 1996.

- [40] Emanuel, A.E.; Orr, J.A., Cyganski, D. and Gulachenski, E.M.; "A survey of harmonic voltages and currents at the customer's bus". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 411-421, Vol. 8, No. 1, January 1993.
- [41] Emanuel, A.E.; Orr, J.A.; Cyganski D., and Gulachenski, E.M.. "A survey of harmonic voltages and currents at distribution substations" IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1883-1890, Vol. 6, No. 4, October 1991.
- [42] Etezadi-Amoli, M. and Florence, T.; "Voltage and current harmonic content of a utility system-a summary of 1120 test measurements". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1552-1557, Vol. 5, No. 3, July 1990.
- [43] Farach, J.E.; Grady, W.M. and Arapostathis, A.; "An optimal procedure for placing sensors and estimating the locations of harmonic sources in power systems". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1303, Vol. 8, No. 3, July 1993.
- [44] Ferrero, F.J; Rico, M.; Alonso, J.M; Blanco, C.; González, M.; and Campo, J.C; "A unity power factor electronic ballast for HPS lamps, resonant current controlled"; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [45] Fletcher, Roger and Leyffer, Sven; "Numerical experience with lower bounds for MIQP branch-and-bound", 14p., Work supported by SERC grant number SERC GR/F 07972. University of Dundee, Department of Mathematics, Dundee, Scotland, U.K., October 1995.
- [46] Gómez San Román, T.; Román Ubeda, J.; "Power quality regulation in argentina: flicker and harmonics". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 895-901, Vol. 13, No. 3, July 1998.
- [47] Galli, A.W; Cox, M.D; "Temperature Rise of small oil-filled distribution transformers supplying nonsinusoidal load currents". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 283-291, Vol. 11, No. 1, January 1996.
- [48] Ganesh, Arun and Hesterman, Bryce; "An electronic ballast with a novel low-cost power factor correction circuit"; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [49] Geoffrion, A.M.; "Generalized Benders Decomposition," Journal of Optimization Theory and Application, pp.237-262, Vol. 10. No. 4, 1972.

- [50] Gillett, B.E.; Introduction to Operations Research, A Computer-Oriented Algorithmic Approach, McGraw-Will, 1976.
- [51] Goeke, T. and Wellssow, W.H.; "A statistical approach to the calculation of harmonics in MV systems caused by dispersed LV customers". IEEE Transactions on Power Systems, pp. 640-646, Vol. 11, No. 1, February 1996.
- [52] González Quintero, J.A.; "Armónicos en sistemas eléctricos industriales", Trabajo de Diploma, 68p., UCLV, Cuba, Curso 1995-1996.
- [53] González Quintero, J.A.; "Compensación de potencia reactiva en sistemas contaminados con armónicos", Tesis de Maestría, 77p., UCLV, Cuba, 1998.
- [54] Gou, Bei and Abur, Ali; "A tracking state estimator for nonsinusoidal periodic steady-state operation". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1509-1514, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [55] Govindarajan, S.N.; Cox, M.D., and Berry, F.C.; "Survey of harmonic levels on the Southwestern Electric Power Company system". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1869-1875, Vol. 6, No. 4, October 1991.
- [56] Grady, W.M.; Samotyj, M.J. and Noyola, A.H.; "Minimizing network harmonic voltage distortion with an active power line conditioner". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1690-1697, Vol. 6, No.4, October 1991.
- [57] Grady, W.M.; Samotyj, M.J. and Noyola, A.H.; "Survey of active power line conditioning methodologies". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1536-1541, Vol. 5, No. 3, July, 1990.
- [58] Grady, W.M.; Samotyj, M.J. and Noyola, A.H.; "The application of network objective functions for actively minimizing the impact of voltage harmonics in power systems". IEEE Transactions on Power Delivery, pp.1379-1386, Vol. 7, No.3, July 1992.
- [59] Grainger, J.J. and Lee S.H.; "Capacity release by shunt capacitor placement on distribution feeders". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp. 1236-1244, Vol. PAS-101, No. 5, 1982.
- [60] Grainger, J.J. and Lee S.H.; "Optimum size and locations of shunt capacitors for reduction of losses in distributions feeders". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp. 1105-1118, Vol. PAS-100, No. 3, 1981.

- [61] Grötzbatch, M. and Ried, Ch., “Investigation of AC/DC converter harmonics by an analytical based time-discrete approach”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 874-880, Vol. 12, No. 2, April 1997.
- [62] Grudinin, N.; “Reactive power optimization using successive quadratic programming method”. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 1219-1225, Vol. 13, No. 4, November 1998.
- [63] Gutierrez, Monica; Venkataramanan, Giri and Sundaram, Ashok; “Solid state flicker controller using a pulse width modulated AC-AC converter”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [64] Haarhoff, G.; Hofsjager, I.; van Wyk, J.D; “Assessing the viability of using a Discrete Fourier Transform to determine the displacement power factor”; IEEE-IAS Conference Record, Phoenix, Arizona, October, 1999.
- [65] Hadley, G.; “Nonlinear and dynamic programming”, 484p., Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba, 1984.
- [66] Hansen, Steffan; Enjeti, Prasad N; Hahn, Jae Hong and Blaabjerg, Frede; “An integrated single-switch approach to improve harmonic performance of standard PWM adjustable speed drives”; IEEE-IAS Conference Record, Phoenix, Arizona, October, 1999.
- [67] Hansen, Steffan; Nielsen, Peter and Blaabjerg, Frede; “Harmonic cancellation by mixing non-linear single-phase and three-phase loads”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [68] Henry, Tim; “Leveraging AMR”. Transmission and Distribution World, pp. 33-42, Vol. 52, No. 12, October 2000.
- [69] Heydt, G.T.; “Identification of harmonic sources by a state estimation technique”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp.569-575, Vol. 4, No. 1, January 1989.
- [70] Hill, Walter A. and Kapoor, Suresh C.; “Effect of two-level PWM sources on plant power system harmonics”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [71] Hillier, Frederick S. and Lieberman, Gerald J.; “Introduction to operation research”, 639p., Edición Revolucionaria, La Habana, Cuba, 1969.

- [72] Hohn, Franz E.; "Elementary matrix algebra", (Second Edition), 395 p., Edición Revolucionaria, La Habana, Cuba, 1969.
- [73] Hong, Ying-Yi; Chang, Ying-Kwun; "Determination of locations and sizes for active power line conditioners to reduce harmonics in power systems". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1610-1617, Vol. 11, No. 3, July 1996.
- [74] IEC 50(161)(1990), International Electrotechnical Vocabulary, Chapter 161: Electromagnetic Compatibility, 1990.
- [75] IEC 61000-2-2, "Compatibility Levels for Low Frequency Conducted Disturbances and Signaling in Public Low Voltage Power Supply Systems", 1990.
- [76] IEC 61000-3-2, "Harmonic Limits for Connection of Equipment with Input Current ≤ 16 A to the Public Low Voltage Supply System".
- [77] IEC 61000-3-4, "Harmonic Limits for Connection of Equipment with Input Current Exceeding 16 A to the Public Low Voltage Supply System".
- [78] IEC 61000-3-6, "Assessment of Emission Limits for Distorting Loads in MV and HV Power Systems", March, 1996.
- [79] IEC 61000-4-7, "General Guide on Harmonics and Interharmonics Measurements and Instrumentation for Power Supply Systems and equipment Connected Thereto", 1991.
- [80] IEEE Std. 100-1992, IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms (ANSI).
- [81] IEEE Std. 1137-1991, IEEE Guide for the Implementation of Inductive Coordination Mitigation Techniques (ANSI), 1991.
- [82] IEEE Std. 18, Standard for shunt power capacitors, New York, 1992.
- [83] IEEE Std. 519-1981, Guide for harmonic control and reactive compensation for Static power converters, New York, 1981.
- [84] IEEE Std. 519-1988, Recommended practices and requirements for harmonic control in electric power system, New York, 1988.
- [85] IEEE Std. 519-1992, Recommended practices and requirements for harmonic control in electric power system, New York, April 1993.

- [86] IEEE Std. 519-2000 (P519A/D7), Guide for applying harmonic limits on power system. Unapproved draft of a proposed IEEE Standard, subject to change. New York, July 2000.
- [87] IEEE Std. 776-1993 (draft 1998) IEEE Guide for Inductive Coordination of Electric Supply and Communication Lines (ANSI), 1993.
- [88] IEEE Std. C57.110, Recommended practice for establishing transformer capability when supplying nonsinusoidal load currents (dry-type and liquid-immersed up to 50 MVA), New York, 1989.
- [89] IEEE Std. C57.12.00, General requirements for liquid-immersed distribution, power and regulating transformers, New York, 1987.
- [90] IEEE Std. C57.12.01, General requirements for dry-type distribution and power transformers including those with solid cast and/or resin encapsulated windings, New York, 1989.
- [91] IEEE Task Force on Harmonics Modeling and Simulation; “Modeling and simulation of the propagation of harmonics in electric power networks. Part I: concepts, models, and simulation techniques”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 452-465, Vol. 11, No. 1, January 1996.
- [92] IEEE Task Force on Harmonics Modeling and Simulation; “Modeling and simulation of the propagation of harmonics in electric power networks. Part II: sample systems and examples”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 466-474, Vol. 11, No. 1, January 1996.
- [93] IEEE Task Force on Harmonics Modeling and Simulation; “Tutorial on harmonics modeling and simulation”; Downloaded in April 2001 from IEEE Task Force Web Site
- [94] IEEE Task Force on Probabilistic Aspects of the Harmonic Working Group Subcommittee of the Transmission and Distribution Committee; “Time-varying harmonics: part I – characterizing measured data”. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, No. 3, July 1998.
- [95] IEEE Task Force on the Effects of Harmonics; “Effects of harmonics on equipment”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 681-688, Vol. 8. No.2, April 1993.

- [96] IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations: Effects on Meter Performance and Definitions of Power; “Practical definitions for powers in systems with nonsinusoidal waveforms and unbalanced loads: a discussion”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 79-101, Vol. 11, No. 1, January 1996.
- [97] IEEE Working Group; “Synchronized sampling and phasor measurements for relaying and control”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp.442-452, Vol. 9, No. 1, January 1994.
- [98] Islam, Syed M; Hamilton, Michael J; Lawrance, William B. and Nayar, Chem V; “Investigation of harmonics from variable speed drives with six pulse rectifiers under imperfect supply conditions”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [99] Jatskevich, J.; Wasynczuk and O.; Conrad, L.; “A method of evaluating flicker and flicker-reduction strategies in power systems”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1481-1487, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [100] Jiang, Hongbo and Ekstrom, Ake; “Harmonic cancellation of a hybrid converter”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1291-1296, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [101] Kalachnikov, S.N; “An extended filter for industrial mains”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [102] Kalyan K. Sen, Member, IEEE Eric J. Stacey ; “UPFC - Unified Power Flow Controller: theory, modeling, and applications”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1453-1460, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [103] Kawann, Cornelia; Emanuel, Alexander E.; “Passive shunt harmonic filters for low and medium voltage: a cost comparison study”. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 1825-1831, Vol. 11, No. 4, November 1996.
- [104] Key ,Thomas; Lai, Jih-Sheng; “Analysis of harmonics mitigation methods for building wiring systems”. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 890-897, Vol. 13, No. 3, August 1998.
- [105] Key, T.S. and Lai, J.S; “Comparison of standards and power supply design options for limiting harmonic distortion”. IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 688–695, July/August, 1993.

- [106] Kimbark, E.W.; "Direct Current Transmission", Wiley-Interscience 1971.
- [107] Kishibe, Hideto; Yoshioka, Yasutoshi and Konishi, Shigeo; "Self-commutated SVC with compensation of harmonic and negative-phase-sequence currents using digital control system"; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [108] Kraft, L.A. and Heydt, G.T.; "A method to analyze voltage resonance in power systems". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp.1033-1037, Vol. PAS-103, No. 5, 1984.
- [109] Lee, Kwang Y. and Yang, Frank F.; "Optimal reactive power planning using evolutionary algorithms: a comparative study for evolutionary programming, evolutionary strategy, genetic algorithm, and linear programming". IEEE Transactions on Power Systems, pp. 101-108, Vol. 13, No. 1, February 1998.
- [110] Ling, P.J.A. and Eldridge, C.J.; "Designing modern electrical systems with transformers that inherently reduce harmonic distortion in a PC-rich environment". Proceedings on Power Quality, pp. 166-178, September 1994.
- [111] Mahmoud, Aly A. and Shultz, Richard D., "A method for analyzing harmonic distribution in AC power systems"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp. 1815–1824, Vol. PAS-101, No. 6, June 1982.
- [112] Masoum, M.A.S. and Fuchs, E.F; "Transformer magnetizing current and iron-core losses in harmonic power flow"; IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 10-18, Vol. 9, No. 1, January 1994.
- [113] Massey, Gregory W.; "Power distribution system design for operation under nonsinusoidal load condition". IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 513-519, Vol. 31, No. 3, May 1995.
- [114] Mayordomo, J.G.; Beites, L.F.; R. Asensi; Orzáez, F.; Izzeddine, M.; Zabala, L.; "A contribution for modeling controlled and uncontrolled AC/DC converters in harmonic powers flows". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1501-1508, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [115] Maza Ortega, J.M^a; Burgos Payán, M. and Izquierdo Mitchell, C.; "Power factor correction and harmonic mitigation in industry"; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.

- [116] Medora, Noshirwan K. and Kusko, Alexander; “Computer-aided design of power harmonic filters”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [117] Medora, Noshirwan K. and Kusko, Alexander; “Impact of tuned harmonic filters and power factor correction capacitors on long-duration arcing fault current”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [118] Merilatt, Dan; Eggart, David and Southerland, Lisa; “Residential customers embrace the power to chose”. Transmission and Distribution World, pp. 54-57, Vol. 53, No. 2, February 2001.
- [119] Moham, Ned.; “A novel approach to minimize line current–harmonic in interfacing power electronics equipment with 3-phase utility systems”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1395-1401, Vol. 8, No. 3, July 1993.
- [120] Montano Gutiérrez, Daniel; “Influencia de las centrífugas azucareras en la contaminación armónica y la compensación de reactivo”, Tesis de Maestría, 152p., UCLV, Cuba, 2001.
- [121] Montaña, J.C. and Salmeron, P.; “Instantaneous and full compensation in three-phase systems”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1342-1347, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [122] Mostafa Saied, Mohamed; “A parameter study on the voltage and current harmonic distortion factors in distribution networks”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [123] Nabae, Akira and Tanaka, Toshihico; “A new definition of instantaneous active-reactive current and power based on instantaneous space vectors on polar coordinates in three-phase circuits”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1238-1243, Vol. 11, No. 3, July 1996.
- [124] Nagpal, M.; Xu, W. and Sawada, J.; “Harmonic impedance measurement using three-phase transients”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 272-277, Vol. 13, No. 1, January 1998.
- [125] Najjar, Maged and Heydt, G.T.; “A hybrid nonlinear least squares estimation of harmonic signal levels in power systems”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp.282-288, Vol. 6, No. 1, January 1991.

- [126] NEC-1993, National Electric Code, Published. by the National Fire Protection Association, 1993.
- [127] Oguchi, K.; Hama, H. and Kubota, T.; “Multilevel current-source and voltage-source converter systems coupled with harmonic canceling reactors”; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [128] Ortmeier, Thomas H. and Takashi Hiyama; “Distribution system harmonic filter planning”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 2005-2012, Vol. 11, No. 4, October 1996.
- [129] Ortmeier, Thomas H. and Zehar, Khaled; “Distribution system harmonic design”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 289–294, Vol. 6, No. 1, January 1991.
- [130] Padiyar, K.R.; Kulkarni, A.M.; “Control design and simulation of unified power flow controller”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1348-1354, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [131] Peng, F.Z. and Lai, J.S.; “Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems”. IEEE Transactions on Instruments and Measurements, pp. 293–297, February 1996.
- [132] Peng, F.Z.; Akagi, H. and Nabae, A.; “A study of active power filters using quard-series voltage-source PWM converters for harmonic compensation”. IEEE Transactions on Power Electronics, pp.9-15, Vol. 5, No. 1, June 1990.
- [133] Peng, Fang Z. and Adams, Donald J.; “Harmonic sources and filtering approaches -series/parallel, active/passive, and their combined power filters”; IEEE-IAS Conference Record, Phoenix, Arizona, October, 1999.
- [134] Pérez Abril, Ignacio, “Compensación de Potencia Reactiva en Empresas Industriales Mediante Bancos de Capacitores”, Tesis Doctoral, UCLV, Cuba, 1995.
- [135] Pérez Abril, Ignacio; “Compensación de la Potencia Reactiva en la Empresa Cloro Sosa de Sagua”, X Simposio de Ingeniería Eléctrica, Santa Clara, Villa Clara, Cuba, 2001.

- [136] Perkins, B.K.; Iravani, M.R. "Novel calculation of HVDC converter harmonic by linearization in the time-domain", IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 867-872, Vol. 12, No. 2, April 1997.
- [137] Phillips, Ken; "Power electronics: will our current technical vision take us to the next level of AC drive product performance?"; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [138] Pileggi et all, "Distribution feeders with nonlinear loads in the northeast USA part II: economic evaluation of harmonic effects". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 347-353, Vol. 10, No. 1, January 1995.
- [139] Pileggi, D.J; Chandra, N.H. and Emanuel, A.E; "Prediction of harmonic voltages in distribution systems". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp.1307-1315, Vol. PAS-100, No. 3, 1981.
- [140] Power Smith Newsletters, <http://www.powersmiths.com>, January 1996.
- [141] Qian, Jinrong; Lee, Fred C. and Yamauchi, Tokushi; "A new continuous input current charge pump power factor correction (CIC-CPPFC) electronic ballast"; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [142] Qian, Jinrong; Lee, Fred C. and Yamauchi, Tokushi; "A single-stage electronic ballast with power factor correction and low crest factor for fluorescent lamps"; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [143] Rashid, Muhammad H; "Electrónica de potencia. Circuitos, dispositivos y aplicaciones". Segunda edición.
- [144] Reid, W.E; "Power quality issues-standards and guidelines". IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 625-632, Vol. 32, No. 3, May/June 1996.
- [145] Richards, G.G. and Yang, H.; "Distribution system harmonic worst case design using a genetic algorithm". IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1484-1491, Vol. 8, No. 3, July 1993.
- [146] Richards, G.G; Klinkhachorn, P.; Tan, O.T. and Hartana, R.K.; "Optimal LC compensators for nonlinear load with uncertain nonsinusoidal sources and load characteristics". IEEE Transactions on Power Systems, pp. 30-36, Vol. 4, No. 1, February 1989.

- [147] Rios, S.; Castañeda, R. and Veas, D.; “Harmonic distortion and power factor assessment in city street gas discharge lamps”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1013-1020, Vol. 11, No. 2, April 1996.
- [148] Rizy, D.T.; Gunther, E.W. and McGranaghan, M.F.; “Transient and harmonic voltages associated with automated capacitor switching on distribution systems”. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 713-723, Vol. PWRs-2, No. 3, 1987.
- [149] Sakis Meliopoulos, A.P.; Zhang, Fan and Zelingher, Shalom; “Power system harmonic state estimation”. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 3, July 1994, pp. 1701-1709.
- [150] Sensarma, P.S; Padiyar , K.R. and Rarnanarayanan, V; “A comparative study of harmonic filtering strategies for a shunt active filter”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [151] Singh, B.N.; Geza, Joos and Praveen, Jain; “A new topology of 3-phase PWM AC/DC interleaved converter for telecommunication supply systems”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [152] Singh, Bhim; A1-Haddad, Kamal and Chandra, Ambrish; “A new control approach to three-phase active filter for harmonics and reactive power compensation”. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 133-138, Vol. 13, No. 1, February 1998.
- [153] Smith, B.C.; Arrillaga, J.; Wood, A.R.; Watson, N.R.; “A review of iterative harmonic analysis for AC-DC power systems”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 180-185, Vol. 13, No. 1, January 1998.
- [154] Smith, B.C.; Watson, N.R.; Wood, A.R. and Arrillaga, J.; “Harmonic tensor linearisation of HVDC converters”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1244-1250, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [155] Smith, Robert L., JR; “Application consideration in handling effects of SCR generated harmonic in cement plants”. IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 63-70, Vol. 17, No. 1, January 1991.
- [156] Srinivasan, Krishnaswamy; “On separating customer and supply side harmonic contributions”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1003-1012, Vol. 11, No. 2, April 1996.

- [157] Staats ,P.T.; Grady, W.M.; Arapostathis, A. and Thallam, R.S.; “A statistical analysis of the effect of electric vehicle battery charging on distribution system harmonics voltages”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 325-331, Vol. 13, No. 2, April 1998.
- [158] Stankovic, Aleksandar M. and Marengo, Edwin A.; “A dynamic characterization of power system harmonics using Markov chains”. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 442-448, Vol. 13, No. 2, May 1998.
- [159] Sutherland, Peter E; “Modeling of impedance vs. frequency in harmonics analysis programs”; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [160] Swamy, Mahesh M. and Rossiter, Steven L; “Harmonic interaction between 1500-kva supply transformer and VFD load at an industrial plant”; IEEE-IAS Conference Record, New Orleans, Louisiana, October, 1997.
- [161] Szabados, Barna and Burgess, Emmett J.; “Optimizing shunt capacitor installations using inductive coordination principles”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp. 222–226, Vol. PAS-96, No. 1, January/February 1977.
- [162] Szabados, Barna; Burgess, Emmett J. and Noble, W.A; “Harmonic interference corrected by shunt capacitors on distribution feeders”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems January/February 1977, Vol. PAS-96, No. 1, pp. 234.
- [163] Takahashi, N; Okutu, K.; Matsuyama, M; Kate, Y; Ohkita, M; and Nakaoka M; “An electronic ballast for suppression of the input harmonic currents”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [164] Tran, T.Q; Conrad, Larry E.; Stallman, Brian K.; “Electric shock and elevated EMF levels due to triplen harmonics”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1041-1049, Vol. 11, No. 2, April 1996.
- [165] TransData®, Inc. Commercial Page; “Digital PCS wireless AMR”. Transmission and Distribution World, pp. 49, Vol. 52, No. 12, October 2000.

- [166] Uan-Zo-li, Alexander; Zhang, Jindong; Lee, Fred C. and Noon, James P; “Study and design considerations of a voltage-source single-stage PFC converter”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [167] Uchida, R. and Yamada, T.; “Power electronics for high-power applications in the 21st century”; IEEE-IAS Conference Record, Roma, Italy, October, 2000.
- [168] UL 1561, Standard for dry-type general purpose and power transformer, Underwriters Laboratories, 1992.
- [169] UL 1562; Standard for transformer, distribution, dry-type, over 600 volts, Underwriters Laboratories, 1992.
- [170] Valcárcel Fontao, M.; “Análisis del régimen permanente de los sistemas eléctricos de potencia con elementos no lineales mediante un método de reparto de cargas con armónicos”, Tesis Doctoral, 195p., Ed. Electra de Viesgo, Madrid, España, 1991
- [171] Valcárcel, Manuel and Mayordomo, Julio G.; “Harmonic power flow for unbalanced systems”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 2052-2059, Vol. 8, No. 4, October 1993.
- [172] Weng, DaFeng and Yuvarajan, S.; “Resonant-boost-input three-phase power factor corrector using IGBT switches with ZCS switching condition”; IEEE-IAS Conference Record, Phoenix, Arizona, October, 1999.
- [173] Wolf, Gene; “Electricity through the ages”. Transmission and Distribution World, pp. 16-26, Vol. 52, No. 14, Special Millennium Issue 2000.
- [174] Wu, Chi-Jui; Chiang, Jung-Chen; Yen, Shih-Shong; Liao, Ching-Jung; Yang, Jin-Shyr; Guo, Tzong-Yih; “Investigation and mitigation of harmonic amplification problems caused by single-tuned filters”. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 800-806, Vol. 13, No. 3, July 1998.
- [175] Wu, T.-F; Tzeng, S.-Y; Liu, Y.-C. and Yu, T.-H; “Single-stage, current-fed push-pull electronic ballast with power factor correction”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [176] Xia, Daozhi and Heydt ,G.T.; “Harmonic power flow studies part I-formulation and solution”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp. 1257-1265, Vol. 101, No. 6, June 1982.

- [177] Xia, Daozhi and Heydt ,G.T.; “Harmonic power flow studies part II-implementation and practical application”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, pp. 1266-1270, Vol. 101, No. 6, June 1982.
- [178] Yamaguchi, Tadashi; Matsui, Keiju; Tsuboi, Kazuo and Ueda, Fukashi; “A simple and low cost measuring method for harmonics in the power system”; IEEE-IAS Conference Record, St. Lois, Missouri, October, 1998.
- [179] Yehia, M.; Ramadan, R.; El-Tawil , Z.; Trahini , K.; “An integrated technico-economical methodology for solving reactive power compensation problem”. IEEE Transactions on Power Systems, pp. 54-59, Vol. 13, No. 1, February 1998.
- [180] Zavahir, J.M; Arrillaga, J. and Watson, N.R; “Hybrid electromagnetic transient simulation with the state variable representation of HVDC converter plant”, IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1591, Vol. 8, No. 3, July 1993.

ANEXO A. MODELOS NO LINEALES

Existen dos formas de modelar los elementos no lineales. Una de ellas consiste en el análisis exacto del elemento teniendo en cuenta el acople existente entre cada uno de los armónicos que se calcularán en la simulación. La otra es empleada por muchos autores en estudios de penetración de armónicos y se basa en ciertas simplificaciones que simplifican notablemente los cálculos.

A.1. Modelos exactos

En general la solución del modelo exacto de las cargas no lineales implica la realización de un proceso iterativo por el método de Newton – Raphson debido a la naturaleza discontinua de sus características.

Normalmente se especifica su potencia activa y aparente en estado estable mediante la ayuda de dos parámetros α y β que pueden ser identificados como variables ó grados de libertad. Si las cargas están colocadas en un nodo donde la forma de onda del voltaje puede ser descrita mediante un vector de armónicos $[V^1, V^3, V^5, \dots, V^h]$, entonces la forma de onda de la corriente inyectada al nodo puede ser descrita también por un vector de corriente $[I^1, I^3, I^5, \dots, I^h]$.

Con estas corrientes y voltajes se pueden calcular las potencias activa y aparente consumidas de la red por estas cargas:

$$P_{cons} = \sum_{k=1}^{K \max} \{ V_{nc}^k \cdot I_{nc}^k \} \quad (A.1)$$

$$S_{cons} = \sqrt{\left(\sum_{k=1} |V_{nc}^k|^2 \right) \cdot \left(\sum_{k=1} |I_{nc}^k|^2 \right)} \quad (A.2)$$

Como lo que se pretende hacer es: dado las potencias especificadas por datos, encontrar los parámetros que se corresponden con el estado en cuestión; entonces, se pueden formar las siguientes funciones de restricción:

$$F_1(\alpha, \beta) = P_{esp} - P_{cons}(\alpha, \beta) \quad (A.3)$$

$$F_2(\alpha, \beta) = S_{esp} - S_{cons}(\alpha, \beta) \quad (A.4)$$

Donde normalmente se consideran las siguientes posibilidades:

Tabla A.1: Incógnitas y restricciones del modelo del convertidor.

α	β	Restricción
Fija	Fija	Ninguna
Fija	Incógnita	P
Incógnita	Incógnita	P, S

En todo momento se debe tener la misma cantidad de incógnitas que de ecuaciones.

Con estas funciones y de acuerdo con el método de Newton-Raphson, se puede plantear que:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}_{New} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}_{Old} - [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F_1(\alpha, \beta) \\ F_2(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \quad (A.5)$$

En esta expresión los elementos de la jacobiana se calculan de forma numérica:

$$J_{11} = \frac{\partial F_1(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = \frac{F_1(\alpha + \Delta\alpha, \beta) - F_1(\alpha, \beta)}{\Delta\alpha} \quad (A.6)$$

$$J_{12} = \frac{\partial F_1(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = \frac{F_1(\alpha, \beta + \Delta\beta) - F_1(\alpha, \beta)}{\Delta\beta} \quad (A.7)$$

$$J_{21} = \frac{\partial F_2(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = \frac{F_2(\alpha + \Delta\alpha, \beta) - F_2(\alpha, \beta)}{\Delta\alpha} \quad (A.8)$$

$$J_{22} = \frac{\partial F_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = \frac{F_2(\alpha, \beta + \Delta\beta) - F_2(\alpha, \beta)}{\Delta\beta} \quad (A.9)$$

El empleo de expresiones analíticas para hallar los cuatro valores anteriores se complica notablemente por la discontinuidad de las características de potencias de algunos elementos no lineales. Es por ello que se recurre a un método numérico basado en la definición de la derivada parcial de una función de varias variables.

A.1.1. Convertidor trifásico

Para el caso del modelo de convertidor que será analizado, los parámetros α y β pueden corresponderse respectivamente con el ángulo de disparo y una magnitud del lado de directa. Normalmente esta magnitud puede ser, o bien la resistencia, o bien la F.E.M.. Los

demás parámetros del convertidor deben ser fijados o relacionados entre sí mediante ecuaciones.

Por ejemplo si β se corresponde con la resistencia de la rama de directa, entonces a la inductancia se le debe dar un valor y la F.E.M. puede ser fijada o relacionada con algún parámetro de la carga mediante una ecuación (ver Figura A.1). Si el convertidor alimenta un motor *shunt* de corriente directa esta ecuación puede estar relacionada con la velocidad y el flujo del campo (o con el momento de la carga).

El circuito de un rectificador trifásico puente completamente controlado con carga R-L-E se muestra a continuación:

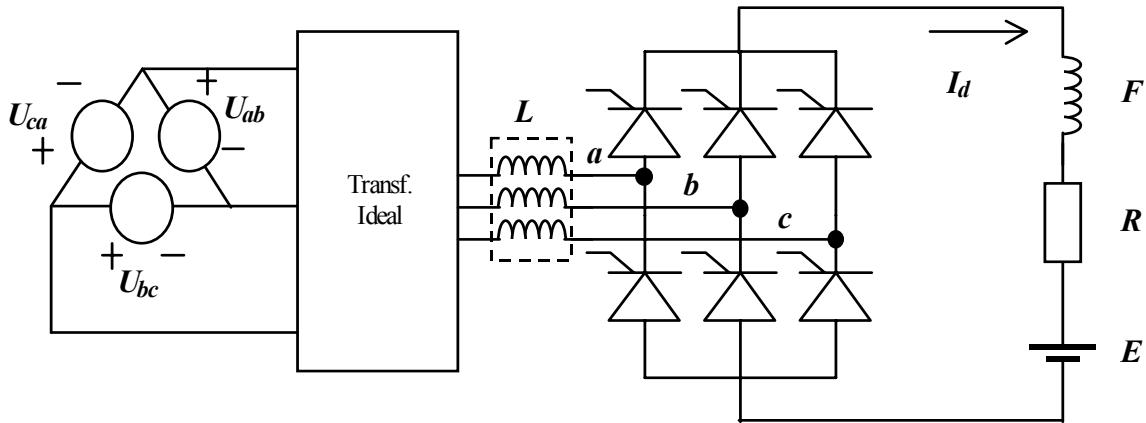


Figura A.1: Convertidor.

El bloque correspondiente al *Transformador Ideal* se utiliza para representar todas las posibles conexiones que se pueden tener en un transformador trifásico. En esta representación deben estar incluidos los efectos de rotación y transformación del voltaje correspondiente a la conexión. El efecto de la caída serie del voltaje se tiene en cuenta en el parámetro L de las tres ramas de alimentación que siguen al bloque ideal.

Los voltajes de alimentación se consideran balanceados y dados por:

$$U_a = f'(t) = \sum_k U^k \cdot \sin(k \cdot \omega_o \cdot t + \theta_k') \tag{A.10}$$

$$\begin{aligned} U_b = f'(t - \frac{T_o}{3}) &= \sum_k U^k \cdot \sin(k \cdot \omega_o \cdot (t - \frac{T_o}{3}) + \theta_k') \\ &= \sum_k U^k \cdot \sin(k \cdot \omega_o \cdot t + \theta_k' - \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta_k}{3}) \end{aligned} \tag{A.11}$$

$$U_c = f'(t - \frac{2 \cdot T_o}{3}) = \sum_k U^k \cdot \sin(k \cdot \omega_o \cdot t + \theta_k' + \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta_k}{3}) \quad (A.12)$$

Los voltajes de línea serían entonces:

$$\begin{aligned} U_{ab} &= U_a(t) - U_b(t) = \sum_k U^k \cdot \sin(k \cdot \omega_o \cdot t + \theta_k) = f(t) \\ U_{bc} &= \sum_k U^k \cdot \sin(k \cdot \omega_o \cdot t + \theta_k - \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta_k}{3}) = f(t - \frac{T_o}{3}) \quad (A.13) \\ U_{ca} &= \sum_k U^k \cdot \sin(k \cdot \omega_o \cdot t + \theta_k + \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta_k}{3}) = f(t - \frac{2 \cdot T_o}{3}) \end{aligned}$$

Donde:

$$\delta_k = \begin{cases} 1 & k = 1,4,7,\dots \\ -1 & k = 2,5,8,\dots \\ 0 & k = 3,6,9,\dots \end{cases} \quad (A.14)$$

$$\theta_k = \theta_k' + \delta_k \cdot \frac{\pi}{6}$$

Siendo θ_k' el ángulo del voltaje del armónico (k) correspondiente a la fase *a*.

La Figura A.2 muestra las formas de onda que presentan las corrientes de línea. Como se puede observar, al ser simétrico el puente y considerando alimentación balanceada, se cumplen las siguientes identidades:

Tabla A.2: Identidades de corriente en el convertidor para voltajes balanceados.

Periodo	T ₀	T ₁	ia(t)	ib(t)	ic(t)
1	α	$\alpha + \mu$	$ia_1(t)$	$ib_1(t)$	$ic_1(t)$
2	$\alpha + \mu$	$\alpha + \pi/3$	$ia_2(t)$	$ia_2(t)$	$ic_2(t) = 0$
3	$\alpha + \pi/3$	$\alpha + \pi/3 + \mu$	$-ib_1(t - \pi/3)$	$-ic_1(t - \pi/3)$	$-ia_1(t - \pi/3)$
4	$\alpha + \pi/3 + \mu$	$\alpha + 2\pi/3$	$-ib_2(t - \pi/3)$	$-ic_2(t - \pi/3) = 0$	$-ia_2(t - \pi/3)$
5	$\alpha + 2\pi/3$	$\alpha + 2\pi/3 + \mu$	$ic_1(t - 2\pi/3)$	$ia_1(t - 2\pi/3)$	$ib_1(t - 2\pi/3)$
6	$\alpha + 2\pi/3 + \mu$	$\alpha + \pi$	$ic_2(t - 2\pi/3)$	$ia_2(t - 2\pi/3)$	$ib_2(t - 2\pi/3)$

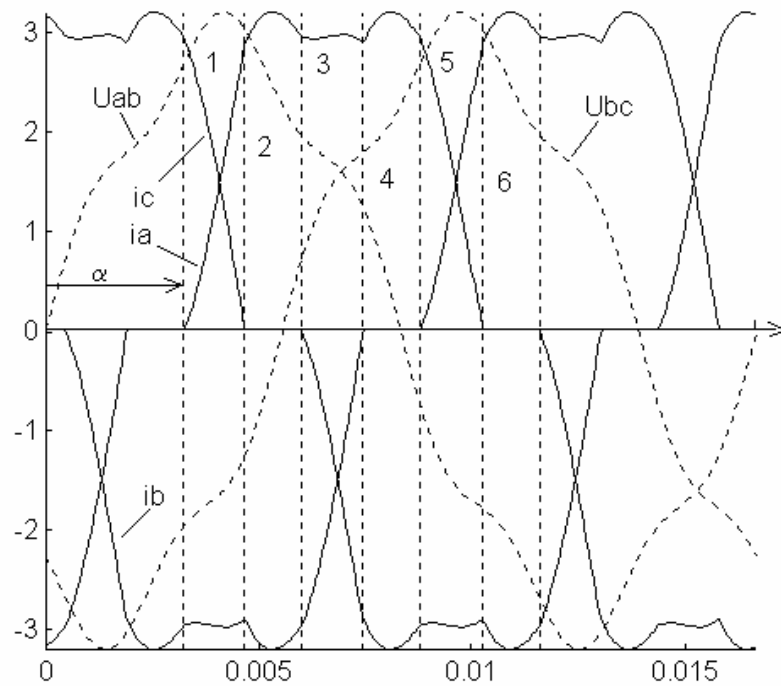


Figura A.2: Corrientes de línea.

Por tanto, se puede concluir que solo es necesario determinar las corrientes en el periodo uno y dos para resolver los restantes periodos.

Primer periodo

En este periodo ocurre la conmutación entre las válvulas de las fases A y C, ya que i_c está disminuyendo e i_a comienza a crecer (ver Figura A.2). El circuito equivalente sería:

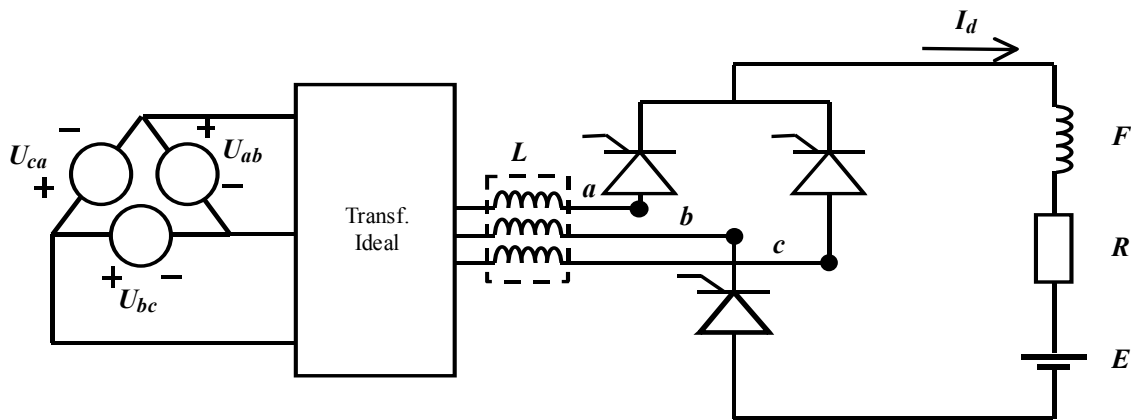


Figura A.3: Circuito del primer periodo.

El sistema de ecuaciones diferenciales correspondiente es:

$$\begin{bmatrix} L \cdot p & -L \cdot p \\ R + (2 \cdot L + F) \cdot p & R + (L + F) \cdot p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{ab}(t) - U_{cb}(t) \\ U_{ab}(t) - E \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

La solución de este sistema es:

$$\begin{aligned} i_a^1(t) &= K_{11} + K_{21} \cdot e^{P_1 \cdot (t - t_{01})} + i_{as}^1(t) \\ i_c^1(t) &= -K_{11} + K_{21} \cdot e^{P_1 \cdot (t - t_{01})} + i_{cs}^1(t) \\ i_b^1(t) &= -(i_a^1(t) + i_c^1(t)) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Donde:

$$P_1 = -\frac{2 \cdot R}{3 \cdot L + 2 \cdot F} \quad (\text{A.17})$$

La respuesta estable de corriente se obtiene aplicando el principio de superposición en el circuito anterior suponiendo que este hubiese eliminado las componentes exponenciales en un tiempo t igual a infinito.

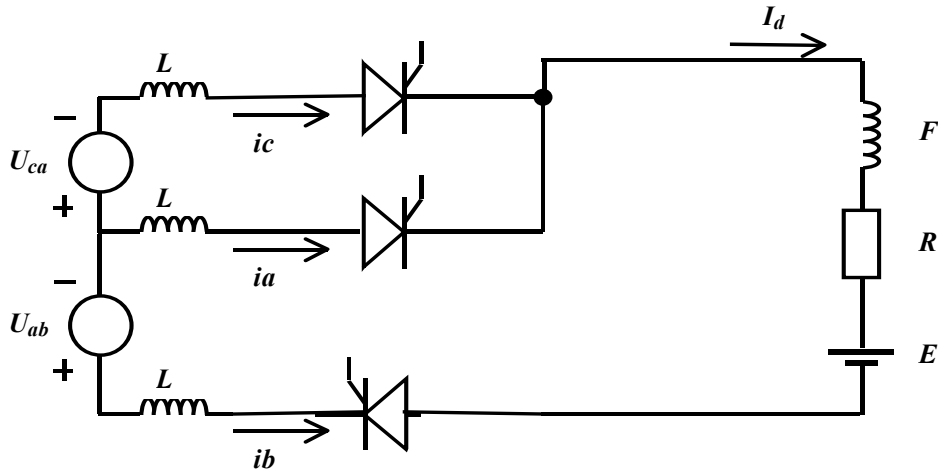


Figura A.4: Circuito estable del primer periodo.

Con solo la fuente U_{ab} y el resto cortocircuitado para el armónico k :

$$i_a^k = i_c^k = \frac{U_{ab}^k}{R + j \cdot (L + F) \cdot \omega \cdot k + \frac{j \cdot L \cdot \omega \cdot k}{2}} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{A.18})$$

Con la fuente U_{ca} y para el armónico k :

$$i_c^k = \frac{U_{ca}^k}{j \cdot L \cdot \omega \cdot k + \frac{j \cdot L \cdot \omega \cdot k \cdot (R + j \cdot (L + F) \cdot \omega \cdot k)}{R + j \cdot (2 \cdot L + F) \cdot \omega \cdot k}} \quad (\text{A.19})$$

$$i_a^k = -i_c^k \cdot \frac{R + j \cdot (L + F) \cdot \omega \cdot k}{R + j \cdot (2 \cdot L + F) \cdot \omega \cdot k} \quad (\text{A.20})$$

Con solo la fuente E :

$$i_a^k = i_c^k = -\frac{E}{R} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{A.21})$$

De esta forma y si se definen para cada armónico k las impedancias:

$$Z_{k1} = 2 \cdot R + j \cdot (3 \cdot L + 2 \cdot F) \cdot \omega \cdot k \quad (\text{A.22})$$

$$Z_{k2} = R + j \cdot (L + F) \cdot \omega \cdot k \quad (\text{A.23})$$

$$Z_{k3} = j \cdot L \cdot \omega \cdot k \quad (\text{A.24})$$

$$Z_{k4} = R + j \cdot (2 \cdot L + F) \cdot \omega \cdot k \quad (\text{A.25})$$

Se obtienen las corrientes estables:

$$i_{as}^1(t) = \sum_k \left[\frac{U_{ab}^k(t)}{Z_{k1}} - \frac{U_{ca}^k(t) \cdot Z_{k2}}{Z_{k1} \cdot Z_{k3}} \right] - \frac{E}{2 \cdot R} \quad (\text{A.26})$$

$$i_{cs}^1(t) = \sum_k \left[\frac{U_{ab}^k(t)}{Z_{k1}} + \frac{U_{ca}^k(t) \cdot Z_{k4}}{Z_{k1} \cdot Z_{k3}} \right] - \frac{E}{2 \cdot R} \quad (\text{A.27})$$

Segundo periodo

En este periodo ya se ha establecido la conducción entre las fases A y B (ver Figura A.2), obteniéndose el siguiente circuito:

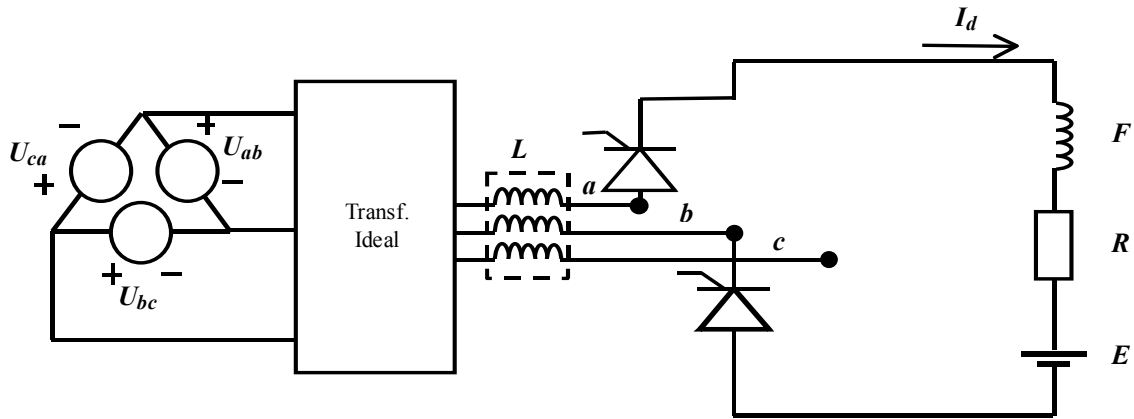


Figura A.5: Circuito del segundo periodo.

La ecuación diferencial es:

$$[R + (2 \cdot L + F) \cdot p] \cdot [i_a(t)] = [U_{ab}(t) - E] \quad (\text{A.28})$$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned} i_a^2(t) &= K_{22} \cdot e^{P_2 \cdot (t-t_{02})} + i_{as}^2(t) \\ i_c^2(t) &= 0 \\ i_b^2(t) &= -(i_a^2(t) + i_c^2(t)) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

La constante de tiempo P_2 se obtiene de:

$$[R + (2 \cdot L + F) \cdot p] = 0 \quad (\text{A.30})$$

$$P_2 = -\frac{R}{2 \cdot L + F} \quad (\text{A.31})$$

La respuesta estable es:

$$i_{as}^2(t) = \sum_k \left[\frac{U_{ab}^k(t)}{Z_{k4}} \right] - \frac{E}{R} \quad (\text{A.32})$$

Para determinar las constantes K_{11} , K_{21} , K_{22} y μ es preciso establecer las condiciones de frontera:

$$\begin{aligned}
 i_a^1(\alpha) &= 0 \\
 i_a^1(\alpha + \mu) &= i_a^2(\alpha + \mu) \\
 i_a^1(\alpha + \frac{\pi}{3}) &= i_c^1(\alpha) \\
 i_c^1(\alpha + \mu) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{A.33}$$

Este sistema de ecuaciones se resuelve numéricamente por el método de Newton-Raphson. Sin embargo, queda la posibilidad de que no exista la conmutación y en este caso solo existirían los periodos pares, por lo que se recomienda el siguiente procedimiento:

- 1) Se supone la no existencia de conmutación $\mu = 0$ y se calcula K_{22} utilizando la condición $i_a^2(\alpha) = 0$.
- 2) Calculada esta K_{22} , se calcula la corriente $i_a^2(\alpha + \frac{\pi}{3})$, es decir el final del periodo dos.
- 3) Se chequea el signo de $i_a^2(\alpha + \frac{\pi}{3})$:
 - a) Si $i_a^2(\alpha + \frac{\pi}{3}) > 0$ implica que si existe periodo de conmutación, ya que cuando entre la otra válvula, i_a^2 no ha decrecido a cero. Se calculan K_{11} , K_{21} , K_{22} y μ .
 - b) Si $i_a^2(\alpha + \frac{\pi}{3}) \leq 0$ no hay conmutación, pero en el caso de que sea negativo, se calcula el tiempo T_1 en que esta se hace cero y se limita el intervalo de conducción entre α y T_1 .

A.2. Modelos aproximados

Existen dos formas clásicas de obtener de forma aproximada las inyecciones de corriente de elementos no lineales: mediante expresiones y mediante tablas del espectro armónico característico.

A.2.1. Modelación mediante expresiones

Emplean expresiones sencillas para el cálculo de las corrientes armónicas inyectadas a la red. Estas expresiones se obtienen en base a simplificaciones respecto a la forma de onda de las corrientes, la no consideración del proceso de conmutación, etc.

A.2.1.1. Convertidor trifásico

En el Capítulo 4 de [93] se analiza un convertidor trifásico puente completamente controlado (Figura A.6).

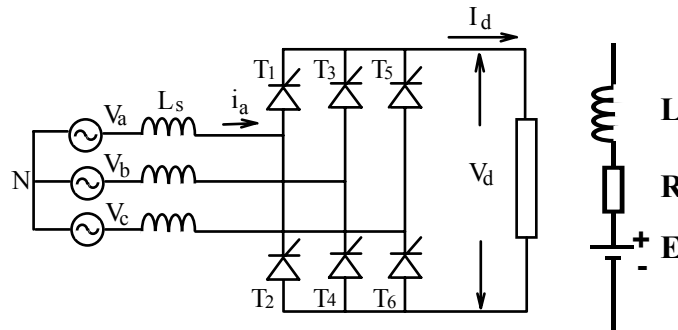


Figura A.6: Convertidor Trifásico.

La expresión simplificada para calcular los armónicos de línea propuesta por los autores para los armónicos característicos ($h = p \cdot n \pm 1$) es:

$$i_a(t) = \sum_h \frac{I_1}{h} \cdot \sin(h \cdot \omega_1 \cdot t + \delta_h) \tag{A.34}$$

También se brinda la posibilidad de comparar los valores teóricos junto a los típicos (Tabla A.3).

Tabla A.3: Espectro teórico y típico de un convertidor.

H	5	7	11	13	17	19	23	25
Regla 1/h	.200	.143	.091	.077	.059	.053	.043	.040
Típico	.175	.111	.045	.029	.015	.010	.009	.008

A.2.1.2. Rectificador monofásico con carga motora

En la Figura A.7 se muestra el circuito de un rectificador monofásico completamente controlado alimentando una carga motora [53].

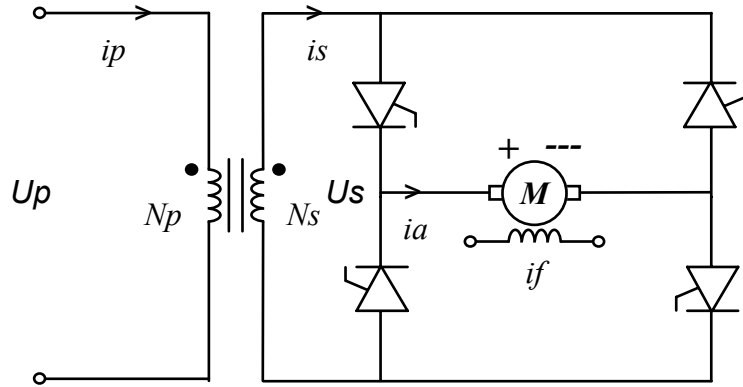


Figura A.7: Rectificador monofásico con carga motora.

Una buena aproximación de los armónicos de la corriente i_p entregada por la fuente puede obtenerse asumiendo que su forma de onda es rectangular y de amplitud i_p :

$$i_p = \frac{N_s}{N_p} \cdot i_a \tag{A.35}$$

Donde N_p y N_s son respectivamente las vueltas del devanado primario y secundario respectivamente.

Esto es equivalente a asumir que la inductancia del circuito de armadura es tan grande que la corriente que circula por el motor está virtualmente libre de rizado y tiene un valor constante i_a . Esta forma de onda rectangular asumida de i_p está atrasada del voltaje U_p en un ángulo α (ángulo de disparo de los tiristores).

Empleando series de Fourier esta forma de onda aproximada de la corriente del primario puede ser descrita de la siguiente forma:

$$i_p = \sum_{n=1}^N \left(\frac{4}{n \cdot \pi} \cdot \frac{N_s}{N_p} \cdot i_a \cdot \text{sen}(n \cdot (\omega \cdot t - \alpha)) \right) \tag{A.36}$$

A.2.2. Modelación mediante espectros

Esta forma de modelación resulta muy conveniente para la realización de *Estudios de Penetración de Armónicos* y de *Flujos de Cargas Mejorados*. Consiste en el adecuado empleo de los valores numéricos de los *Espectros Armónicos Típicos* de las cargas contaminantes. Generalmente estos espectros son obtenidos con la ayuda de instrumentos en mediciones de campo [86].

A.2.2.1. Lámparas fluorescentes

En la Figura A.8 (tomada de [147]) se muestra el espectro correspondiente a una lámpara fluorescente de sodio de tres potencias diferentes (150, 250 y 400 Watts).

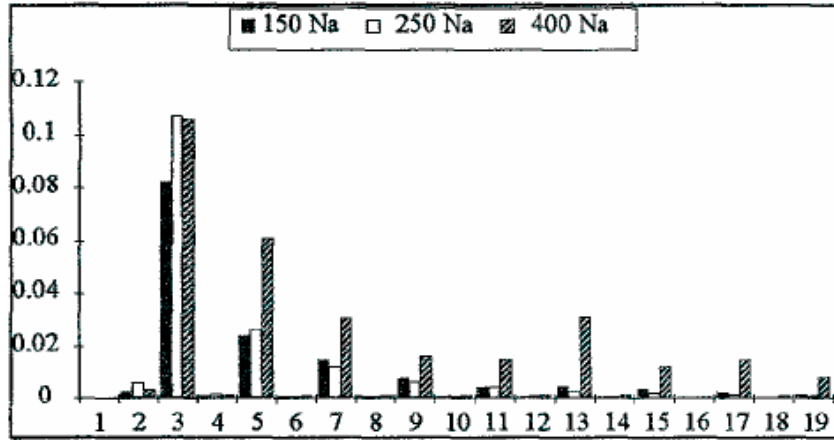


Figura A.8: Espectro de armónicos de corriente de lámparas de sodio.

A.2.2.2. Cargas electrónicas

Una medición de la corriente de línea procedente de un circuito que alimenta exclusivamente una carga de computadoras se muestra en la siguiente figura (tomado de [86]):

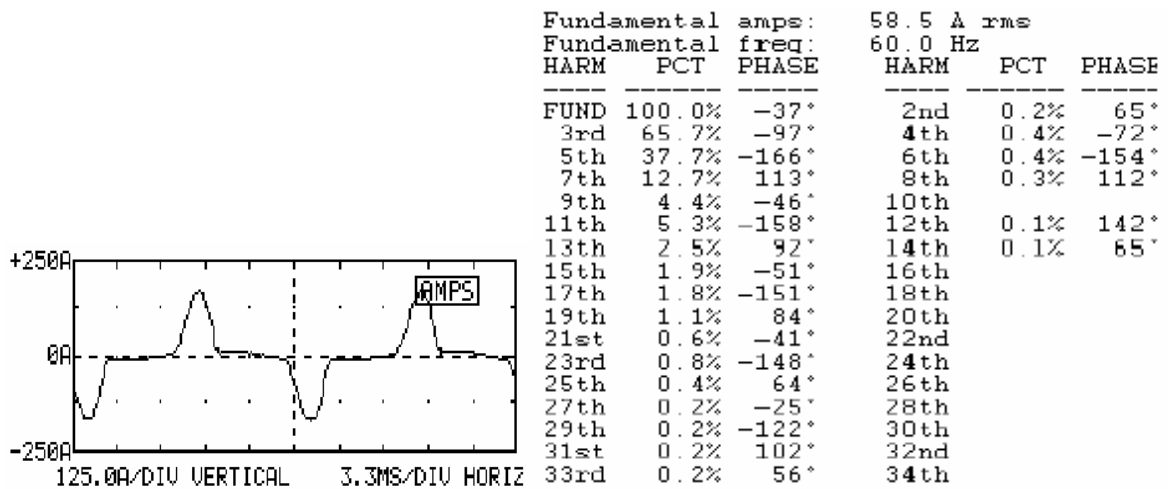


Figura A.9: Forma de onda y espectro de la corriente de fase.

A.3. Modelo general.

Este modelo es muy útil en la modelación de cargas mixtas en sistemas de distribución. Permite tener en cuenta tanto la carga motora puramente pasiva, como la controlada por equipos electrónicos, así como la fracción correspondiente a capacitores de corrección del factor de potencia entre otros aspectos (Figura A.10).

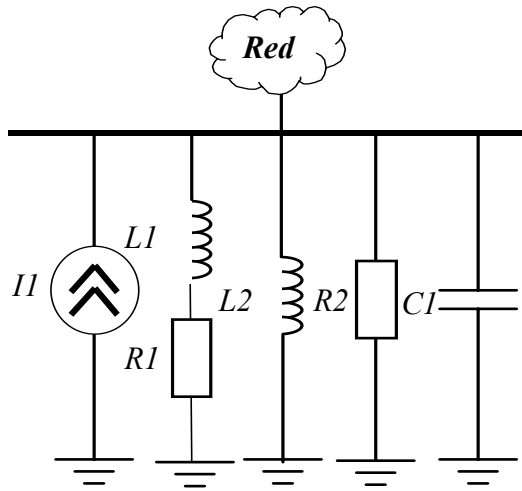


Figura A.10: Modelo general.

Para su utilización en el Capítulo 3 de [93] proponen el siguiente algoritmo de cálculo:

$$R_1 = \frac{V^2}{P \cdot (1 - K - KE)} \cdot h^\beta \quad (\text{A.37})$$

$$X_{L2} = \frac{V^2}{Km \cdot K \cdot K1 \cdot P} \quad (\text{A.38})$$

$$R_2 = \frac{X_{L2}}{K2} \quad (\text{A.39})$$

Siendo:

R_1 = Resistencia equivalente que representa la componente puramente resistiva de la carga.

R_2 = Factor de atenuación para la representación de los motores de inducción.

X_{L1} = Reactancia del transformador.

X_{L2} = Inductancia equivalente que representa los motores de inducción.

$C1$ = Capacitancia estimada de la carga.

I_1 = Fuente de corriente armónica estimada.

V = Voltaje del sistema.

Donde además:

P = Potencia activa total.

K = Fracción correspondiente a motores de inducción.

KE = Fracción de cargas electrónicas.

β = Factor para la corrección por efecto piel.

$K1$ = Severidad de las condiciones de arranque.

Km = Factor de motores instalados.

$K2$ = Factor de la inductancia a rotor trancado (o de secuencia negativa).

h = Orden del armónico.

X_{L1} = Inductancia de dispersión del transformador que conecta la carga resistiva a voltajes inferiores.

$I1$ = Fuente ideal de corriente armónica.

La resistencia $R1$ es estimada a partir de la carga resistiva real conectada a la barra, descontando la parte de la carga de motores de inducción y la electrónica. El efecto piel puede ser incorporado en la resistencia equivalente mediante la selección de un factor apropiado como se indica.

La inductancia de los motores de inducción debe ser evaluada empleando un estimado de la fracción de la carga total que representan los motores de inducción y su potencia unitaria instalada (no la demandada). Además puede ser empleado un factor $K1$, representando la severidad de las condiciones de arranque, para calcular la inductancia equivalente. Mientras que $R2$ representa la componente de amortiguamiento de la impedancia equivalente de los motores de inducción.

Una fuente de corriente o voltaje, representando la contribución armónica de la componente no-lineal de la carga debe ser representada. Esto puede incluir o no la radiación de fondo.

Se pueden asumir valores de K alrededor de 0.80 para cargas industriales y alrededor de 0.5 para cargas comerciales y domésticas. Para $K1$ se pueden asumir valores entre 4 y 7. Para KE valores entre 0.1 y 0.4. Para $K2$ valores alrededor de 0.20.

ANEXO B. EXPRESIONES Y DEMOSTRACIONES

B.1. Expresión simétrica del modelo.

Una forma cuadrática $X^T \cdot A \cdot X$ donde A es no simétrica puede hacerse simétrica por la transformación [72]:

$$X^T \cdot A \cdot X = X^T \cdot A_{sym} \cdot X \text{ donde } A_{sym} = \frac{1}{2}(A + A^T) \quad (\text{B.1})$$

En el caso que nos ocupa:

$$\Delta P = \text{Re}\{I^* \cdot Z \cdot I\} = \text{Re}\{(a - jb)^T \cdot (R + jX) \cdot (a + jb)\} \quad (\text{B.2})$$

$$\Delta P = a^T R a - a^T X b + b^T X a + b^T R b \quad (\text{B.3})$$

Que en forma matricial es:

$$\Delta P = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R & -X \\ X & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Para hacer simétrica esta forma cuadrática:

$$\frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} R & -X \\ X & R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R^T & -X^T \\ X^T & R^T \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (R + R^T) & -(X - X^T) \\ (X - X^T) & (R + R^T) \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\Delta P = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}^T \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (R + R^T) & -(X - X^T) \\ (X - X^T) & (R + R^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Que es la representación expandida de:

$$\begin{aligned} \Delta P &= \text{Re}\left\{(a - jb)^T \frac{1}{2} \left[(R + R^T) + j(X - X^T) \right] (a - jb)\right\} \\ &= \text{Re}\left\{I^* \frac{1}{2} [Z + Z^*] I\right\} = \text{Re}\{I^* Z_{sym} I\} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

B.2. Matriz Jacobiana a la frecuencia fundamental.

A la frecuencia fundamental, se cumple el siguiente balance en el nodo "i":

$$S_{gi}^* - S_{Li}^* = V_i^* \cdot \sum_{k=1}^n Y_{ik} \cdot V_k \quad (\text{B.8})$$

La potencia activa y reactiva generadas están dadas por:

$$P_{gi} = P_{Li} + G_{ii}(e_i^2 + f_i^2) + \sum_{k \neq i}^n (e_i G_{ik} e_k - e_i B_{ik} f_k + f_i B_{ik} e_k + f_i G_{ik} f_k) \quad (\text{B.9})$$

$$Q_{gi} = Q_{Li} + B_{ii}(e_i^2 + f_i^2) + \sum_{k \neq i}^n (e_i B_{ik} e_k + e_i G_{ik} f_k - f_i G_{ik} e_k + f_i B_{ik} f_k) \quad (\text{B.10})$$

Derivando la potencia activa generada en función de la parte real e imaginaria del voltaje:

$$\frac{\partial P_{gi}}{\partial e_i} = \frac{\partial P_{Li}}{\partial e_i} + 2G_{ii}e_i + \sum_{k \neq i}^n (G_{ik}e_k - B_{ik}f_k) \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial P_{gi}}{\partial f_i} = \frac{\partial P_{Li}}{\partial f_i} + 2G_{ii}f_i + \sum_{k \neq i}^n (B_{ik}f_k + G_{ik}f_k) \quad (\text{B.12})$$

Finalmente:

$$\frac{\partial P_{gi}}{\partial e_k} = +e_i G_{ik} + f_i B_{ik} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial P_{gi}}{\partial f_k} = -e_i B_{ik} + f_i G_{ik} \quad (\text{B.14})$$

Similarmente, derivando la potencia reactiva generada en función de la parte real e imaginaria del voltaje:

$$\frac{\partial Q_{gi}}{\partial e_i} = \frac{\partial Q_{Li}}{\partial e_i} - 2B_{ii}e_i - \sum_{k \neq i}^n (+B_{ik}e_k - G_{ik}f_k) \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial Q_{gi}}{\partial f_i} = \frac{\partial Q_{Li}}{\partial f_i} - 2B_{ii}f_i - \sum_{k \neq i}^n (-G_{ik}e_k + B_{ik}f_k) \quad (\text{B.16})$$

Finalmente:

$$\frac{\partial Q_{gi}}{\partial e_k} = -e_i B_{ik} + f_i G_{ik} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial Q_{gi}}{\partial f_k} = -e_i G_{ik} - f_i B_{ik} \quad (\text{B.18})$$

Las derivadas anteriores se organizan de la siguiente forma en la matriz Jacobiana:

$$\begin{bmatrix} \partial P_{g1} \\ \vdots \\ \partial P_{gn} \\ \partial Q_{g1} \\ \vdots \\ \partial Q_{gn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{g1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_{g1}}{\partial e_n} & \frac{\partial P_{g1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_{g1}}{\partial f_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{gn}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_{gn}}{\partial e_n} & \frac{\partial P_{gn}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_{gn}}{\partial f_n} \\ \frac{\partial Q_{g1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_{g1}}{\partial e_n} & \frac{\partial Q_{g1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_{g1}}{\partial f_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{gn}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_{gn}}{\partial e_n} & \frac{\partial Q_{gn}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_{gn}}{\partial f_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial e_1 \\ \vdots \\ \partial e_n \\ \partial f_1 \\ \vdots \\ \partial f_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

B.3. Derivada del módulo del voltaje respecto a una variable.

El voltaje puede ser expresado en su parte real e imaginaria por:

$$V = e + j \cdot f \quad (\text{B.20})$$

El módulo del mismo sería:

$$|V| = \sqrt{e^2 + f^2} \quad (\text{B.21})$$

La derivada del módulo con respecto a la parte real se obtiene aplicando la regla de la cadena:

$$\frac{\partial |V|}{\partial e} = \frac{1}{2} \cdot (e^2 + f^2)^{-1/2} \cdot 2 \cdot e \quad (\text{B.22})$$

Para dar finalmente:

$$\frac{\partial |V|}{\partial e} = \frac{e}{\sqrt{e^2 + f^2}} = \frac{e}{|V|} \quad (\text{B.23})$$

De manera similar:

$$\frac{\partial |V|}{\partial f} = \frac{f}{\sqrt{e^2 + f^2}} = \frac{f}{|V|} \quad (\text{B.24})$$

Empleando las dos expresiones anteriores se puede calcular la derivada del módulo del voltaje con respecto a la variable independiente “x” de la forma siguiente:

$$\frac{\partial|V|}{\partial x} = \frac{\partial|V|}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial x} + \frac{\partial|V|}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial x} \quad (\text{B.25})$$

Según la definición de *Matriz de Sensitividad de Voltaje*:

$$\frac{\partial e}{\partial x} = \text{Re}\{J_{F,C}\} \quad (\text{B.26})$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \text{Im}\{J_{F,C}\} \quad (\text{B.27})$$

Donde “*F*” se corresponde con la fila relativa al nodo del voltaje “*V*” y “*C*” a la columna de la posición de la variable independiente “*x*” en el vector “*X*” de las mismas.

Si se lleva una notación rigurosa, cosa no hecha hasta el momento para no oscurecer la demostración, y sustituyendo correspondientemente se obtiene que:

$$\frac{\partial|V_i^{S,k}|}{\partial x_m} = \frac{\text{Re}(V_i^{S,k}) \cdot \text{Re}(J_{i,m}^{S,k}) + \text{Im}(V_i^{S,k}) \cdot \text{Im}(J_{i,m}^{S,k})}{|V_i^{S,k}|} \quad (\text{B.28})$$

Que permite obtener la derivada del módulo delo voltaje en el nodo “*i*”, armónico “*k*” y estado de carga “*S*” con respecto a la variable de la posición “*m*” del vector “*X*”; empleando el elemento de la fila del nodo “*i*” y columna de la variable independiente “*m*” de la matriz de sensibilidad de voltaje a ese mismo armónico y estado de carga.

B.4. Expresiones para calcular los coeficientes de las matrices de las restricciones.

Los índices sujetos a restricción son el *Factor de Distorsión Armónica Total (THD)*, el *Factor de Distorsión Armónica Individual (IHD)* y el *Voltaje Efectivo (Vrms)*. Las expresiones de cálculo de cada uno respectivamente son las siguientes:

$$THD_i^S = \frac{\sqrt{\sum_{k=2} |V_i^{S,k}|^2}}{|V_i^{S,1}|} \quad (\text{B.29})$$

$$IHD_i^{S,h} = \frac{|V_i^{S,h}|}{|V_i^{S,1}|} \quad (\text{B.30})$$

$$V_{rms_i}^S = \sqrt{\sum_{k=1} |V_i^{S,k}|^2} \quad (\text{B.31})$$

Donde es necesario recordar que estas magnitudes se refieren al estado de carga S , el nodo i y el armónico h ; siendo k una variable que recorre un determinado rango de armónicos.

B.4.1. Coeficientes de la matriz de restricciones de THD.

Sus coeficientes están dados por:

$$U1_{i,m}^S = \frac{\partial THD_i^S}{\partial X_m} = \sum_{k=1} \frac{\partial THD_i^S}{\partial |V_i^{S,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{S,k}|}{\partial X_m} \quad (\text{B.32})$$

Cuando $k = 1$:

$$\frac{\partial THD_i^S}{\partial |V_i^{S,1}|} = - \frac{\sqrt{\sum_{k=2} |V_i^{S,k}|^2}}{|V_i^{S,1}|^2} \quad (\text{B.33})$$

Cuando $k \neq 1$:

$$\frac{\partial THD_i^S}{\partial |V_i^{S,k}|} = \frac{|V_i^{S,k}| \cdot \sqrt{\sum_{k=2} |V_i^{S,k}|^2}}{|V_i^{S,1}|} \quad (\text{B.34})$$

B.4.2. Coeficientes de la matriz de restricciones de IHD.

Sus coeficientes están dados por:

$$U2_{i,m}^{S,h} = \frac{\partial IHD_i^{S,h}}{\partial X_m} = \sum_{k=1} \frac{\partial IHD_i^{S,h}}{\partial |V_i^{S,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{S,k}|}{\partial X_m} \quad (\text{B.35})$$

Cuando $k = 1$:

$$\frac{\partial IHD_i^{S,h}}{\partial |V_i^{S,1}|} = - \frac{|V_i^{S,h}|}{|V_i^{S,1}|^2} \quad (\text{B.36})$$

Cuando $k = h \neq 1$:

$$\frac{\partial IHD_i^{S,h}}{\partial |V_i^{S,k}|} = \frac{1}{|V_i^{S,1}|} \quad (\text{B.37})$$

Cuando $k \neq h$ y además $k \neq 1$:

$$\frac{\partial IHD_i^{S,h}}{\partial |V_i^{S,k}|} = 0 \quad (\text{B.38})$$

B.4.3. Coeficientes de la matriz de restricciones de Vrms.

Sus coeficientes están dados por:

$$U3_{i,m}^S = \frac{\partial Vrms_i^S}{\partial X_m} = \sum_{k=1} \frac{\partial Vrms_i^S}{\partial |V_i^{S,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{S,k}|}{\partial X_m} \quad (\text{B.39})$$

Para cualquier k :

$$\frac{\partial Vrms_i^S}{\partial |V_i^{S,k}|} = \frac{|V_i^{S,k}|}{\sqrt{\sum_{k=1} |V_i^{S,k}|^2}} \quad (\text{B.40})$$

B.5. Reajuste del modelo al conformar el problema de orden reducido

La extracción de las variables para conformar el *Problema de Orden Reducido* implica un proceso de reajuste de los parámetros d y u del modelo. Este proceder se explica a partir de planteamiento de problema cuadrático que se desea resolver:

$$\begin{aligned} & \text{Máximizarse } \left\{ f(X) = X^T \cdot (2 \cdot d - A \cdot X) \right\} \\ & \text{Sujeto a } \begin{cases} U \cdot X \leq u \\ X \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

Una forma de solucionarlo es derivar e igualar a cero para dar lugar a:

$$\begin{aligned} A \cdot X &= d & (1) \\ U \cdot X &\leq u & (2) \\ X &\geq 0 & (3) \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

Desde el momento en que una de la variables se discretiza, su magnitud queda fijada y no tiene sentido que aparezca en la formulación matemática junto a las variables independientes. Esto se puede realizar a partir del viejo *Modelo No Reducido* para no emplear tiempo en la construcción de un nuevo *Modelo Reducido* a través del algoritmo correspondiente.

Para entender este proceso se puede plantear explícitamente el sub-sistema (1) de (B.42) como si tuviese un orden de $(n + 1)$ ecuaciones. Se ha resaltado la variable a fijar (X_F), que además ha sido convenientemente colocada para simplificar la nomenclatura:

$$\begin{aligned}
 A_{11} \cdot X_1 + A_{12} \cdot X_2 + \dots + A_{1n} \cdot X_n + A_{1(n+1)} \cdot X_F &= d_1 \\
 A_{21} \cdot X_1 + A_{22} \cdot X_2 + \dots + A_{2n} \cdot X_n + A_{2(n+1)} \cdot X_F &= d_2 \\
 \vdots & \\
 A_{n1} \cdot X_1 + A_{n2} \cdot X_2 + \dots + A_{nn} \cdot X_n + A_{n(n+1)} \cdot X_F &= d_n \\
 A_{(n+1)1} \cdot X_1 + A_{(n+1)2} \cdot X_2 + \dots + A_{(n+1)n} \cdot X_n + A_{(n+1)(n+1)} \cdot X_F &= d_{n+1}
 \end{aligned} \tag{B.43}$$

La fijación del valor de una variable hace redundante una ecuación en (B.42) y las restantes se pueden transformar para dar lugar al sistema reducido de orden n que se desea obtener:

$$\begin{aligned}
 A_{11} \cdot X_1 + A_{12} \cdot X_2 + \dots + A_{1n} \cdot X_n &= d_1 - A_{1(n+1)} \cdot X_F \\
 A_{21} \cdot X_1 + A_{22} \cdot X_2 + \dots + A_{2n} \cdot X_n &= d_2 - A_{2(n+1)} \cdot X_F \\
 \vdots & \\
 A_{n1} \cdot X_1 + A_{n2} \cdot X_2 + \dots + A_{nn} \cdot X_n &= d_n - A_{n(n+1)} \cdot X_F
 \end{aligned} \tag{B.44}$$

Donde la operación en el miembro derecho busca mantener la optimalidad transformando el parámetro d en aras de contribuir a la cancelación del gradiente.

De manera similar se procedería con el sub-sistema de inecuaciones (2) en (B.42) y en el (3) solo haría falta eliminar la inecuación correspondiente. Con estos tres pasos queda conformado el *Problema Reducido*.

ANEXO C. DATOS Y RESULTADOS DE LOS CIRCUITOS EMPLEADOS

C.1. Datos del circuito de 10 nodos.

Este sistema radial de distribución primaria a 23 kV [60], resulta ideal para la conformación de ilustrativos ejemplos de optimización por su pequeña dimensión. Sus datos de carga y alimentadores se muestran en la Tabla C.1.

Tabla C.1: Datos de líneas y cargas (Circuito de 10 nodos).

Datos de las Líneas				Carga Lineal Pico en el Recibo	
Envío	Recibo	R(Ω)	X(Ω)	P(kW)	Q(kvar)
Sub	1	0.1233	0.4127	1840	460
1	2	0.2466	0.6051	980	340
2	3	0.7463	1.2050	1790	446
3	4	0.6984	0.6084	1598	1840
4	5	1.9831	1.7276	1610	600
5	6	0.9053	0.7886	780	110
6	7	2.0552	1.1640	1150	60
7	8	4.7953	2.7160	980	130
8	9	5.3434	3.0264	1640	200

Se considera que en cada nodo el 30% de la carga a frecuencia fundamental es no-lineal y modelada por el patrón de armónicos de un rectificador de seis pulsos [93](ver Anexo A). Las cargas lineales son representadas mediante un modelo RL paralelo generalizado [170]. La fuente del sistema de potencia es modelada a las frecuencias armónicas mediante una impedancia serie de $(0.5 + j \cdot 5)\%$ correspondiente al transformador de 15 MVA de la subestación. Esta mantiene el voltaje en el nodo de balance a la frecuencia fundamental, tal y como se muestra para los tres niveles o estados de carga definidos en la Tabla C.2.

Tabla C.2: Duración de la Carga y Voltaje del Suministro (10 nodos).

Nivel	Carga Pico [%]	Horas al Año $\left[\frac{h}{\text{año}} \right]$	Costo de la Energía $\left[\frac{\$}{kW \cdot h} \right]$	V _{SUB} [p.u.]
1	100	1314	0.1413	1.050
2	70	4818	0.0500	1.025
3	40	2628	0.0500	1.000

C.2. Datos del circuito de 69 nodos.

Este circuito de 12.66 kV fue tomado de [12], para comprobar la potencialidad de los algoritmos de *Selección* y *Estandarización* propuestos en el trabajo. Sus datos de carga y alimentadores se muestran de la Tabla C.4 a la Tabla C.6.

Tabla C.3: Duración de la Carga y Voltaje del Suministro (69 nodos).

Nivel	Carga Pico [%]	Horas al Año $\left[\frac{h}{año} \right]$	Costo de la Energía $\left[\frac{\$}{kW \cdot h} \right]$	V_{SUB} [p.u.]
1	180	1000	0.06	1.050
2	100	6760	0.06	1.025
3	50	1000	0.06	1.000

Se considera que en cada nodo el 20% de la carga a frecuencia fundamental es no-lineal y modelada por el patrón de armónicos de un rectificador de seis pulsos [93](ver Anexo A). Las cargas lineales son representadas mediante un modelo RL paralelo generalizado [170]. La fuente del sistema de potencia se modela a las frecuencias armónicas mediante una impedancia serie de $(0.5 + j \cdot 5)\%$ correspondiente al transformador de 15 MVA de la subestación. Esta mantiene el voltaje en el nodo de balance a la frecuencia fundamental, tal y como se muestra para los tres niveles o estados de carga definidos en la Tabla C.3.

Tabla C.4: Datos de las líneas y cargas (Circuito de 69 nodos).

Datos de las Líneas				Carga Lineal Pico en el Recibo	
Envío	Recibo	R(Ω)	X(Ω)	P(kW)	Q(kvar)
1	2	0.0005	0.0012		
2	3	0.0015	0.0036		
3	4	0.0251	0.0294		
4	5	0.3660	0.1864	2.6	2.2
5	6	0.3811	0.1941	40.4	30.0
6	7	0.0922	0.0470	75.0	54.0
7	8	0.0493	0.0251	30.0	22.0
8	9	0.8190	0.2707	28.0	19.0
9	10	0.1872	0.0619	145.0	104.0
10	11	0.7114	0.2351	145.0	104.0

Tabla C.5: Datos de las líneas y cargas lineales (Parte II).

Datos de las Líneas				Carga Lineal Pico en el Recibo	
Envío	Recibo	R(Ω)	X(Ω)	P(kW)	Q(kvar)
11	12	1.0300	0.3400	8.0	5.5
12	13	1.0440	0.3450	8.0	5.5
13	14	1.0580	0.3496		
14	15	0.1966	0.0650	45.5	30.0
15	16	0.3744	0.1238	60.0	35.0
16	17	0.0047	0.0016	60.0	35.0
17	18	0.3276	0.1083		
18	19	0.2106	0.0696	1.0	0.6
19	20	0.3416	0.1129	114.0	81.0
20	21	0.0140	0.0046	5.3	3.5
21	22	0.1591	0.0526		
22	23	0.3463	0.1145	28.0	20.0
23	24	0.7488	0.2475		
24	25	0.3089	0.1021	14.0	10.0
25	26	0.1732	0.0572	14.0	10.0
2	27	0.0044	0.0108	26.0	18.6
27	28	0.0640	0.1565	26.0	18.6
28	29	0.3978	0.1315		
29	30	0.0702	0.0232		
30	31	0.3510	0.1160		
31	32	0.8390	0.2816	14.0	10.0
32	33	1.7080	0.5646	19.5	14.0
33	34	1.4740	0.4873	6.0	4.0
3	35	0.0034	0.0084		
35	36	0.0851	0.2083	79.0	56.4
36	37	0.2898	0.9091	384.7	274.5
37	38	0.0822	0.2011	384.7	274.5
0	39	0.0005	0.0012		
7	40	0.0928	0.0473	40.5	28.3
40	41	0.3319	0.1114	3.6	2.7
8	42	0.1740	0.0886	4.4	3.5
42	43	0.2030	0.1034	26.4	19.0
43	44	0.2842	0.1447	24.0	17.2
44	45	0.2813	0.1433		
45	46	1.5900	0.5337		
46	47	0.7837	0.2630		

Tabla C.6: Datos de las líneas y cargas lineales (Parte III).

Datos de las Líneas				Carga Lineal Pico en el Recibo	
Envío	Recibo	R(Ω)	X(Ω)	P(kW)	Q(kvar)
47	48	0.3042	0.1006	100.0	72.0
48	49	0.3861	0.1172		
49	50	0.5075	0.2585	1244.0	888.0
50	51	0.0974	0.0496	32.0	23.0
51	52	0.1450	0.0738		
52	53	0.7105	0.3619	227.0	162.0
53	54	1.0410	0.5302	59.0	42.0
10	55	0.2012	0.0611	18.0	13.0
55	56	0.0047	0.0014	18.0	13.0
11	57	0.7394	0.2444	28.0	20.0
57	58	0.0047	0.0016	28.0	20.0
2	27e	0.0044	0.0108	26.0	18.6
27e	28e	0.0640	0.1565	26.0	18.6
69	70	0.0410	0.0478	6.0	4.3
70	88	0.0092	0.0116		
88	89	0.1089	0.1373	39.2	26.3
89	90	0.0009	0.0012	39.2	26.3
28e	65	0.1053	0.1230		
65	66	0.0304	0.0355	24.0	17.0
66	67	0.0018	0.0021	24.0	17.0
67	68	0.7283	0.8509	1.2	1.0
68	69	0.3100	0.3623		

C.3. Resumen de las pruebas efectuadas al circuito de 69 nodos.

Estas pruebas se realizaron modificando solamente el valor de las unidades capacitivas estándar empleadas en la *Optimización de la Compensación de Potencia Reactiva* del circuito de 69 nodos.

Los límites de distorsión máximos de voltaje [83][84][85][86] se toman como 5.0% para la *Distorsión Armónica Total (THD)* y 3.0% para la *Distorsión Armónica Individual (IHD)*, mientras que los límites de voltaje *rms* máximo y mínimo se mantendrán en 1.06 y 0.9 pu respectivamente. Se examinan los armónicos característicos hasta el 29.

El *Valor Actual Neto* del proyecto de compensación se evalúa en 5 años con un *Interés* de 0.05. La *Vida Útil* de los filtros es 20 años [103] y su factor de calidad igual a 100. El costo de los capacitores se toma igual a \$5/*kvar*, mientras que los reactores se cotizan a \$200/*kvar* [103].

La cantidad de variables se reduce a 50 elementos una vez que ha empezado el proceso de optimización. Estos mejores 50 elementos se seleccionan de entre los 100 conformados con los mejores 50 capacitores y los mejores 50 filtros.

C.3.1. Unidades capacitivas de 100 kva.

Los resultados para esta prueba se muestran en la Tabla C.7.

Tabla C.7: Resultados para unidades de 100 kva.

Criterio	0	1	2	3	4	5	6
Tiempo Total	7.8431	7.9721	7.9771	8.0407	8.0551	8.0833	8.1719
T. en Optimización	0.1245	0.2896	0.2908	0.3287	0.2904	0.3248	0.3405
Tiempo en Flujos	4.1989	4.1690	4.1900	4.2033	4.2236	4.2327	4.2663
Tiempo en Modelos	3.4835	3.4764	3.4581	3.4713	3.5030	3.4873	3.5270
Tiempo en Variables	0.0219	0.0220	0.0219	0.0220	0.0220	0.0222	0.0219
Iteraciones Totales	8	8	8	8	8	8	8
It. de Mayor VAN	6	5	5	5	4	6	5
VAN (\$)	183210	185840	185800	185800	185930	185880	185800
Inversión (\$)	11142	10666	10666	10666	9985	11554	10666
Ahorro (\$)	43379	43940	43931	43932	43897	44034	43932
THD (pu)	0.043	0.0362	0.036	0.0359	0.036	0.0328	0.0359
IHD (pu)	0.0267	0.024	0.0237	0.0237	0.0237	0.0192	0.0237
Vmax (pu)	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501
Vmin (pu)	0.9072	0.9075	0.9078	0.9078	0.9075	0.9079	0.9078

C.3.2. Unidades capacitivas de 300 kva.

Los resultados para esta prueba se muestran en la Tabla C.8.

Tabla C.8: Resultados para unidades de 300 kva.

Criterio	0	1	2	3	4	5	6
Tiempo Total	7.8293	7.9453	8.6171	9.2804	8.7781	8.1083	7.9556
T. en Optimización	0.1335	0.2900	0.3166	0.4067	0.3211	0.3181	0.3415
Tiempo en Flujos	4.1737	4.1490	4.4808	4.7418	4.5609	4.2491	4.1356
Tiempo en Modelos	3.4822	3.4613	3.7736	4.0834	3.8487	3.4989	3.4373
Tiempo en Variables	0.0247	0.0252	0.0240	0.0244	0.0247	0.0234	0.0224
Iteraciones Totales	8	8	8	8	8	8	8
It. de Mayor VAN	6	7	7	7	7	7	5
VAN (\$)	179030	184050	184050	184230	184050	184230	183380
Inversión (\$)	10446	11064	11064	11064	11064	11064	11560
Ahorro (\$)	42346	43565	43565	43606	43565	43606	43458
THD (pu)	0.0369	0.0331	0.0331	0.0324	0.0331	0.0324	0.0291
IHD (pu)	0.0215	0.0236	0.0236	0.0235	0.0236	0.0235	0.0166
Vmax (pu)	1.0501	1.0500	1.0500	1.0500	1.0500	1.0500	1.0500
Vmin (pu)	0.9056	0.9068	0.9068	0.9068	0.9068	0.9068	0.9075

C.3.3. Unidades capacitivas de 500 kva.

Los resultados para esta prueba se muestran en la Tabla C.9.

Tabla C.9: Resultados para unidades de 500 kva.

Criterio	0	1	2	3	4	5	6
Tiempo Total	7.727	7.7989	7.767	8.6231	7.7969	7.8733	8.6247
T. en Optimización	0.132	0.2707	0.2759	0.3684	0.2724	0.3230	0.3893
Tiempo en Flujos	4.0969	4.0872	4.0665	4.4517	4.0887	4.0909	4.4272
Tiempo en Modelos	3.4578	3.4031	3.3870	3.7601	3.3984	3.4214	3.7651
Tiempo en Variables	0.0240	0.0219	0.0217	0.0240	0.0219	0.0222	0.0246
Iteraciones Totales	8	8	8	8	8	8	8
It. de Mayor VAN	3	5	5	8	4	6	7
VAN (\$)	164880	175950	173460	176680	172350	176490	174880
Inversión (\$)	9725	12379	11348	12379	11348	12379	10756
Ahorro (\$)	39009	41818	41146	41989	40888	41945	41418
THD (pu)	0.0269	0.0266	0.0239	0.0254	0.0244	0.0249	0.0254
IHD (pu)	0.0160	0.0216	0.0192	0.0191	0.0210	0.0191	0.0171
Vmax (pu)	1.0500	1.0500	1.0500	1.0500	1.0500	1.0500	1.0500
Vmin (pu)	0.9015	0.9110	0.9080	0.9098	0.9105	0.9098	0.9033

C.3.4. Unidades capacitivas de 700 kva.

Los resultados para esta prueba se muestran en la Tabla C.10.

Tabla C.10: Resultados para unidades de 700 kva.

Criterio	0	1	2	3	4	5	6
Tiempo Total	8.4640	8.6342	9.4002	9.4379	9.3598	8.6070	9.7487
T. en Optimización	0.1238	0.2739	0.3086	0.3445	0.3078	0.2929	0.3805
Tiempo en Flujos	4.5776	4.6049	4.9369	4.9618	4.9160	4.5679	5.0720
Tiempo en Modelos	3.7229	3.7160	4.1101	4.0867	4.0924	3.7082	4.2504
Tiempo en Variables	0.0224	0.0220	0.0240	0.0242	0.0234	0.0215	0.0235
Iteraciones Totales	9	9	9	9	9	9	9
It. de Mayor VAN	1	1	3	1	3	2	1
VAN (\$)	165410	168320	173130	165410	173130	165540	165410
Inversión (\$)	14086	16687	13615	14086	13615	16687	14086
Ahorro (\$)	39547	40467	41286	39547	41286	39826	39547
THD (pu)	0.0445	0.0371	0.0229	0.0445	0.0229	0.0349	0.0445
IHD (pu)	0.0169	0.0165	0.0161	0.0169	0.0161	0.0158	0.0169
Vmax (pu)	1.0501	1.0501	1.05	1.0501	1.05	1.0501	1.0501
Vmin (pu)	0.9064	0.9098	0.9085	0.9064	0.9085	0.9117	0.9064

C.3.5. Unidades capacitivas de 900 kva.

Los resultados para esta prueba se muestran en la Tabla C.11.

Tabla C.11: Resultados para unidades de 900 kva.

Criterio	0	1	2	3	4	5	6
Tiempo Total	10.1513	7.5631	8.2255	7.6151	7.503	7.5212	8.3036
T. en Optimización	0.1424	0.2476	0.2691	0.2544	0.2357	0.245	0.2977
Tiempo en Flujos	5.5695	4.0144	4.3304	4.0386	4.0015	4.0106	4.3651
Tiempo en Modelos	4.3938	3.2620	3.5840	3.2834	3.2296	3.2291	3.5992
Tiempo en Variables	0.0256	0.0242	0.0237	0.0239	0.0219	0.0217	0.0234
Iteraciones Totales	1	2	3	1	3	1	1
It. de Mayor VAN	11	8	8	8	8	8	8
VAN (\$)	143910	159190	159190	159190	159190	161730	161730
Inversión (\$)	9056	14585	14585	14585	14585	12399	12399
Ahorro (\$)	34103	38158	38158	38159	38158	38537	38537
THD (pu)	0.0509	0.0446	0.0446	0.0446	0.0446	0.0421	0.0421
IHD (pu)	0.0196	0.0173	0.0173	0.0173	0.0173	0.0239	0.0239
Vmax (pu)	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501	1.0501
Vmin (pu)	0.8987	0.9025	0.9025	0.9025	0.9025	0.9040	0.9040

ANEXO D. CONSTANTES Y VARIABLES EMPLEADAS EN EL PROGRAMA.

Aquí se describe, de manera general, como esta conformado el conjunto de constantes y variables que se emplean en los programas que implementan la metodología de compensación propuesta.

Las variables descritas en la Tabla D.1, presentan un estado global dentro del *Programa Principal*, ya que son empleadas por varias funciones llamadas dentro del mismo.

Tabla D.1: Variables de Estado Global del Programa Principal.

Variables	Descripción
KVABASE	Almacena el valor de la potencia base empleada.
d, A, U, u	Coinciden con los parámetros d , A , U y u del modelo de optimización descrito.
UNIT, unit	Almacenan respectivamente el valor en kilovoltamperes y en por unidad de las unidades capacitivas empleadas en la estandarización de la respuesta.

Los elementos cuyos valores son fijados en los inicios del proceso de optimización se muestran en la Tabla D.2. Los valores de inicialización pueden ser variados por el usuario dentro del código, aunque se recomienda emplear los aquí propuestos. Las pruebas realizadas al circuito dado en el Anexo C.2 y mostradas en el Anexo C.3; se efectuaron para diferentes valores de las unidades capacitivas empleadas (elemento UNIT en este caso).

Tabla D.2: Constantes del Programa Principal.

Constante	Valor	Descripción
RMSmax	1.06	Valores máximo y mínimo del voltaje rms , en por unidad, empleados como cotas o valores límites en las restricciones de voltaje.
RMSmin	0.90	
THDmax	0.05 (5%)	Valores máximos de los coeficientes de Distorsión Armónica Total (THD) y Distorsión Armónica Individual (IHD) para el voltaje, empleados como cotas o valores límites en las restricciones respectivas.
IHDmax	0.03 (3%)	
epsrms	0.1	Valor en por unidad del error permisible o tolerable en las restricciones de voltaje.
epsth	0.1	Error permisible o tolerable en las restricciones de THD así como en las de IHD .
UNIT	300	Valores en KVA y en por unidad de las unidades capacitivas empleadas en la estandarización de la respuesta.
unit	UNIT/KVABASE	

CONSTANTES Y VARIABLES EMPLEADAS EN EL PROGRAMA.

El control del número de estados de carga, restricciones violadas, así como los números de variables a emplear en el proceso y otras cantidades; se muestran en la Tabla D.3:

Tabla D.3: Variables de Cantidad.

Variable	Descripción
NHOUR	Almacena la cantidad de <i>estados de carga</i> del circuito objeto de estudio
Constraints	Contador inicializado en cero encargado de cuantificar la cantidad de restricciones encontradas y de llevar además el número correspondiente a su orden según el algoritmo de chequeo empleado.
FIXEDVARS	Almacena la cantidad de <i>variables fijadas</i> por el usuario. Si su valor es mayor que cero, el conjunto X de variables a optimizar es el dado por el usuario. En caso contrario, el conjunto X se conforma según se plantea en el bloque <i>Selección de las Variables</i> .
MAXVAR	Número máximo de elementos de la <i>Base de Variables de Partida</i> .
MAXCAP	Número máximo de elementos de la <i>Base de Variables Capacitivas</i> .
MAXFILT	Número máximo de elementos de la <i>Base de Variables Tipo Filtro</i> .
MAXFREC	Valor máximo del rango de frecuencia tomado en cuenta en la conformación de la <i>Base de Variables Tipo Filtro</i> .

El resultado del *Programa de Flujo de Cargas con Armónicos* empleado en el proceso, es devuelto en las variables mostradas en la Tabla D.4. Este método de simulación es llamado como una función a la que se traspasan como parámetros los datos del circuito, incluyendo sus diferentes estados de carga y la cantidad de armónicos a tener en cuenta.

Tabla D.4: Variables de Resultados del Flujo.

Variable	Tamaño	Descripción
VOLT	$N \times K \times NHOUR$	Arreglos tridimensionales que se emplean para almacenar respectivamente los voltajes y las corrientes en cada nodo, para cada armónico y en cada estado de carga del circuito
CURRENT	$N \times K \times NHOUR$	
PHT	$K \times NHOUR$	Arreglo bidimensional empleado para almacenar las pérdidas totales del circuito para cada armónico en cada estado de carga.

N: número de nodos del circuito.

K: número de armónicos analizados.

NHOUR: número de estados de carga del circuito (Ver Tabla D.3).

La impresión y almacenamiento en disco de los resultados finales y paso a paso del proceso se muestran en la Tabla D.5. Estas funcionan como variables bandera, bloqueando o no la impresión de las respuesta estándar y continua en cada iteración del *Método SQP*. En el

análisis de circuitos de gran magnitud, el empleo de resultados previamente calculados y almacenados resulta de mucha utilidad por su ahorro de tiempo.

Tabla D.5: Variables de Impresión y Almacenamiento

Variable	Descripción
print_real	Variables bandera que controlan el bloque de <i>Imprimir Resultados</i> de los módulos de <i>Calculo de los Voltajes(1)</i> y <i>Calculo de los Voltajes(2)</i> respectivamente, del <i>Programa Principal</i> .
print_integer	
loadfile	Variables bandera que controlan la lectura y grabación en el disco duro de los resultados del flujo de armónicos de circuito para su estado de partida sin la presencia de elementos compensadores (variables a optimizar). Esto puede acelerar notablemente el algoritmo. La lectura o escritura de estos datos, solo se realiza si los valores respectivos de estas variables son distintos de cero. Esto tiene lugar para la primera iteración del <i>Programa Principal</i> , ya que carece de sentido en las iteraciones posteriores.
savefile	
filename	Variable de cadena que contiene el arreglo de caracteres del nombre del fichero asociado al circuito.

Los numerosos aspectos de interés en la respuesta final de todo el proceso de optimización, son almacenados en los campos de una variable estructurada. Estos abarcan los valores de las variables, la *Función Objetivo* y las restricciones se describen en la Tabla D.6.

Tabla D.6: Campos de la Variable Estructurada de la Respuesta Óptima.

Nombre	Descripción
FILT	Campo para los datos de los bancos de capacitores y/o filtros encontrados.
Obj	Campo para el valor real que toma la <i>Función Objetivo</i> .
Rx	Campo para el valor del elemento del vector de términos independientes (u) de la <i>restricción de menor holgura</i> del sistema de inecuaciones del modelo propuesto.
THD	Campo para el máximo valor tomado por el factor de <i>Distorsión Armónica Total</i> en los nodos del circuito teniendo en cuenta todos sus estados de carga.
IHD	Campo para el máximo valor tomado por el factor de <i>Distorsión Armónica Individual</i> teniendo en cuenta todos los nodos, armónicos y estados de carga.
Vmax	Campos para el máximo y mínimo valor tomado por el voltaje <i>rms</i> teniendo en cuenta todos los nodos y estados de carga.
Vmin	
it	Campo para almacenar el número de la iteración donde fue obtenida la solución encontrada.

Todos los campos son inicializados en cero menos el campo FILT que toma valor igual al subconjunto vacío.

CONSTANTES Y VARIABLES EMPLEADAS EN EL PROGRAMA.

Algunas variables empleadas para controlar el tiempo transcurrido, así como el flujo del proceso iterativo se describen en la Tabla D.7.

Tabla D.7: Variables Generales.

Nombre	Valor Inicial	Descripción
Tic	-	Esta instrucción inicia un contador de tiempo (interno) del MATLAB con el objetivo de obtener los lapsos de demora de algunos procesos. El valor de este contador es accesible a través de la instrucción toc.
it	0	Variable para el control del número de la iteración en curso del <i>Programa Principal</i> .
Objective	0	Almacena el valor de la <i>Función Objetivo</i> real de la iteración en curso.
Continue	1="true"	Variable tipo <i>Boolean</i> para el control de la terminación del ciclo iterativo del <i>Programa Principal</i> .

Al comienzo del *Cálculo de los Voltajes*, tanto para la *Respuesta Continua* como para la *Respuesta Estándar* se inicializan las variables dadas en la Tabla D.8.

Tabla D.8: Variables inicializadas en *Cálculo de los Voltajes*.

Nombre	Tamaño	Descripción
THD	$N \times N\text{HOUR}$	Arreglo bidimensional donde se almacenan los valores del coeficiente de <i>Distorsión Armónica Total</i> del voltaje en cada nodo y cada estado de carga.
IHD	$N \times K \times N\text{HOUR}$ R	Arreglo tridimensional donde se almacenan los valores del coeficiente de <i>Distorsión Armónica Individual</i> del voltaje de cada armónico, en cada nodo y cada estado de carga.
RMS	$N \times N\text{HOUR}$	Arreglo bidimensional donde se almacenan los valores efectivos del voltaje en cada nodo y para cada estado de carga.
PT	$1 \times N\text{HOUR}$	Vector donde se almacenarán las pérdidas totales del circuito para cada estado de carga.
PS	$1 \times N\text{HOUR}$	Vector donde se almacenarán las pérdidas producidas por todos los armónicos menos el fundamental, para cada estado de carga.

N: número de nodos del circuito.

K: número de armónicos analizados.

NHOUR: número de estados de carga del circuito (Ver Tabla D.3).

Las variables donde se almacenan algunos resultados económicos del proceso y los valores extremos alcanzados por las magnitudes acotadas por las restricciones se muestran en la

Tabla D.9. Estas últimas no deben ser confundidas con las cotas extremas impuestas al problema y dadas en la Tabla D.2.

Tabla D.9: Variables de Gastos, Función Objetivo e Índices Máximos.

Nombre	Descripción
CT	VARIABLES donde se almacenan los costos reales de inversión de los elementos del conjunto solución X de la iteración en curso.
Gastos0	Almacena los gastos totales el estado de partida del proceso de optimización (primera iteración).
Gastos	Almacena los gastos totales de la solución de la iteración en curso.
Objective	Almacena el valor real de la función objetivo de la iteración en curso.
Objective0	Almacena el valor real de la función objetivo de la iteración anterior.
MaxTHD	Valor máximo de los elementos de la variable THD.
MaxIHD	Valor máximo de los elementos de la variable IHD.
MaxRMS	Valor máximo de los elementos de la variable RMS.
MinRMS	Valor mínimo de los elementos de la variable RMS.

El chequeo de las restricciones violadas se realiza con la ayuda de un contador y de las *Matrices Índices* descritas en la Tabla D.10. Al final del proceso en cada *Matriz Índice* correspondiente quedan, en las posiciones no nulas, los números correspondientes al orden de las violaciones encontradas según el algoritmo seguido.

Tabla D.10: Matrices Índices.

Nombre	Tamaño	Descripción
idxTHD	$N \times N \text{ HOUR}$	Arreglo bidimensional donde se almacenará el resultado del chequeo de las restricciones de valor máximo del coeficiente de <i>Distorsión Armónica Total (THD)</i> .
idxIHD	$N \times K \times N \text{ HOUR}$	Arreglo tridimensional donde se almacenará el resultado del chequeo de las restricciones de valor máximo del coeficiente de <i>Distorsión Armónica Individual (IHD)</i> .
idxVR1	$N \times N \text{ HOUR}$	Arreglo bidimensional donde se almacenará el resultado del chequeo de las restricciones de valor mínimo del voltaje efectivo (<i>rms</i>).
idxVR2	$N \times N \text{ HOUR}$	Arreglo bidimensional donde se almacenará el resultado del chequeo de las restricciones de valor máximo del voltaje efectivo (<i>rms</i>).

N : número de nodos del circuito.

K : número de armónicos analizados.

$N \text{ HOUR}$: número de estados de carga del circuito (Ver Tabla D.3).

CONSTANTES Y VARIABLES EMPLEADAS EN EL PROGRAMA.

El proceso de *Reducción o Selección de las Variables* de partida se efectúa empleando *Índices de Ahorro*. Algunas variables que intervienen en este proceso se describen en la Tabla D.11.

Tabla D.11: Variables inicializadas en *Índices de Ahorro*.

Nombre	Tamaño	Descripción
d	$N \times 1$	Vector de elementos d_k totales para cada nodo dados por la ecuación (4.11).
a	$N \times 1$	Vector de elementos a_{kk} totales para cada nodo dados por la ecuación (4.12).
c	$N \times 1$	Vector de elementos C_k empleados como índices de ahorro de cada nodo según la ecuación (4.10).
dz	$N \times N \text{ HOUR}$	Arreglos bidimensionales que contienen los elementos $d_k^{s,1}$ y $a_{kk}^{s,1}$ de cada estado de carga correspondientes al parámetro d y al elemento a_{kk} de la matriz A de primer armónico dados por el modelo simplificado según las expresiones (4.11) y (4.12).
az	$N \times N \text{ HOUR}$	

N : número de nodos del circuito.

$N \text{ HOUR}$: número de estados de carga del circuito (Ver Tabla D.3).

Las variables que tiene que ver con la localización, régimen de trabajo y otros datos de interés tanto de capacitores como de filtros en el *Proceso de Selección* se muestran en la Tabla D.12.

Tabla D.12: Variables empleadas en la *Selección del Conjunto de Partida*.

Nombre	Descripciones
nput	Vector donde se almacenan los nodos con índices de ahorro razonables.
vput	Vector donde se almacenan las posiciones de los elementos de la base de capacitores (cvars) que han quedado después de la reducción de la misma.
fput	Vector donde se almacenan las posiciones de los elementos de la base de filtros (fvars) que han quedado después de la reducción de la misma.
Cvars	Variable que almacenará los datos de los bancos de capacitores que conformarán la base inicial de capacitores que luego será reducida.
Fvars	Variable que almacenará los datos de los bancos de filtros que conformarán la base inicial de filtros que luego será reducida.

Un buen número de otras variables empleadas en el proceso de *Selección de las Variables de Partida* se muestran en la Tabla D.13.

Tabla D.13: Otras variables empleadas en el proceso de Selección.

Nombre	Valor	Descripción
i	Escalar	Contiene el número del nodo de índice razonable de la iteración en curso del bloque de <i>Variables Capacitivas</i> .
z	$1 \times N\text{HOUR}$	Vector de tamaño igual al número de <i>Estados de Carga</i> que almacena temporalmente el valor óptimo $(d_k^{s,1} / a_{kk}^{s,1})$ de un <i>Capacitor de Máximo Aporte al Ahorro en el Estado</i> correspondiente.
value	$1 \times N\text{HOUR}$	Variables auxiliares que almacenan respectivamente el valor y la posición (en los arreglos de datos del programa) del conjunto de estados de carga ordenados de acuerdo con el valor de z. Es decir, ordenados ascendentemente en función del valor del <i>Capacitor para Máximo Aporte al Ahorro en el Estado</i> .
index	$1 \times N\text{HOUR}$	
Xs	Escalar	Valor del Escalón Capacitivo para Máximo Aporte al Ahorro en el estado de la iteración en curso (Ec. (4.17) y (4.18)).
ds	Escalar	Valor de la expresión de <i>dsm</i> (Ec. (4.21)) en el estado de la iteración en curso.
Xk	Escalar	Posición del estado ordenado de la iteración en curso en las variables no ordenadas. Útil en la determinación del estado de conexión – desconexión de los capacitores variables.
fs	Escalar	Valor índice de ahorro (<i>Apm</i> en Ec. (4.20)) del capacitor de la iteración en curso. También es empleado en el cálculo del índice de importancia de las variables tipo filtro.
St	$1 \times N\text{HOUR}$	Vector de tamaño igual al número de <i>Estados de Carga</i> , empleado para establecer el régimen de conexión – desconexión (1 - 0), del banco variable asociado, en cada estado de carga.

NHOUR: número de estados de carga del circuito (Ver Tabla D.3).

La función encargada de resolver el *Subproblema QP* devuelve dos resultados, una respuesta continua y otra en unidades estandarizadas. Algunas de las variables empleadas por esta función se muestran en la Tabla D.14.

Tabla D.14: Variables inicializadas en la función *Optimización (Optim)*.

Nombre	Tamaño	Descripción
N		Cantidad de elementos que conforman el vector de variables a optimizar, X (internamente “ y ”), que es pasado como parámetro a la función de <i>Optimización (Optim)</i> en la iteración en curso desde el bloque correspondiente del <i>Programa Principal</i> .
N	$N \times I$	Vector o arreglo relativo a las posiciones de las variables que entran a la función.
units	$N \times I$	Vector donde se devuelve un arreglo que contiene la cantidad de unidades capacitivas con las que termina la variable dada (por la posición en el arreglo) en el proceso de optimización de la respuesta estandarizada (discretizada).
reals	$N \times I$	Vector donde se devuelve un arreglo de los valores continuos (no discretizados) de las variables obtenidas en el proceso de optimización.