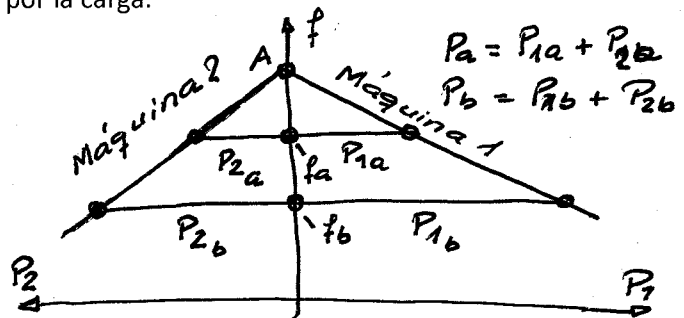
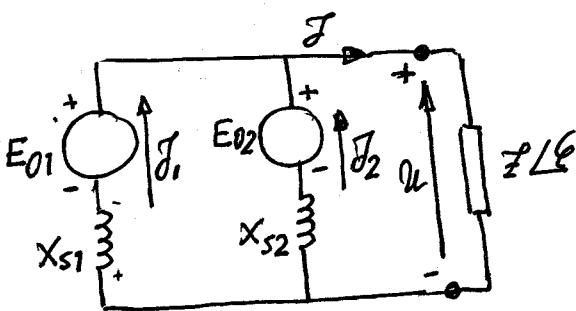


Ejercicio AS-1 (Ejemplo 5.11 - Fraite Mora)

Dos alternadores distintos conectados en estrella, están acoplados en paralelo alimentando una carga aislada. Ambas máquinas tienen sus resistencias de inducido despreciables. La reactancia síncrona de la primera máquina es de 3Ω y la de la segunda vale 4Ω . Las f.e.m.s. por fase generadas por ambas máquinas son iguales a 220 V , estando la f.e.m. E_2 del segundo generador retrasada 20° respecto a la f.e.m. E_1 del primero. Se sabe también que la carga absorbe una corriente total de $18,1 \text{ A}$ que está retrasada $42,5^\circ$ respecto de E_1 . Calcular:

- El f.d.p. de la carga
- Corrientes suministradas por cada alternador con sus f.d.p. respectivos
- Tensión simple en la barra común a ambas máquinas
- Potencias activas y reactivas suministradas por los dos generadores
- Potencia activa y reactiva absorbida por la carga.



$$\begin{aligned} X_{s1} &= 3 \Omega \\ X_{s2} &= 4 \Omega \\ E_{01f} &= E_{02f} = 220 \text{ V} \\ E_{02f} &\text{ retrasada } 20^\circ \\ &\text{ respect } E_{01f} \\ I &= 18,1 \text{ A} \\ &\text{ retrasada } 42,5^\circ \\ &\text{ respect } E_{01f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= u \angle 0^\circ \\ \mathcal{I}_1 &= I_1 \angle \epsilon_1 \\ \mathcal{I}_2 &= I_2 \angle \epsilon_2 \\ \epsilon &= \text{desfase de la corriente de carga } I \text{ respect } u \\ \mathcal{I} &= 18,1 \angle \epsilon = 18,1 \angle \delta_1 - 42,5 \end{aligned}$$

$\delta_1 = \text{ángulo de potencia del gen 1}$
 (ángulo de adelanto de E_1 respect u)
 $\bar{E}_{01} = 220 \angle \delta_1$ $\bar{E}_{02} = 220 \angle \delta_1 - 20^\circ$

$$\begin{cases} E_{01} = u + jX_{s1}\mathcal{I}_1 \\ E_{02} = u + jX_{s2}\mathcal{I}_2 \\ \mathcal{I} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 \end{cases} \left\{ \begin{aligned} 220 \angle \delta_1 &= u + j3I_1 \angle \epsilon_1 = u + 3I_1 \angle 90^\circ + \epsilon_1 \\ 220 \angle \delta_1 - 20^\circ &= u + j4I_2 \angle \epsilon_2 = u + 4I_2 \angle 90^\circ + \epsilon_2 \\ 18,1 \angle \delta_1 - 42,5^\circ &= I_1 \angle \epsilon_1 + I_2 \angle \epsilon_2 \end{aligned} \right. \quad (*)$$

(*) Estas tres ecuaciones complejas se convertirán en seis ecuaciones algebraicas al igualar partes reales e imaginarias

- $220 \cos \delta_1 = u - 3I_1 \sin \epsilon_1$
- $220 \sin \delta_1 = 3I_1 \cos \epsilon_1$
- $220 \cos(\delta_1 - 20^\circ) = u - 4I_2 \sin \epsilon_2$
- $220 \sin(\delta_1 - 20^\circ) = 4I_2 \cos \epsilon_2$
- $18,1 \cos(\delta_1 - 42,5^\circ) = I_1 \cos \epsilon_1 + I_2 \cos \epsilon_2$
- $18,1 \sin(\delta_1 - 42,5^\circ) = I_1 \sin \epsilon_1 + I_2 \sin \epsilon_2$

$$2) I_1 \cos \phi_1 = \frac{220}{3} \cdot \text{sen } \delta_1$$

$$4) I_2 \cos \phi_2 = \frac{220}{4} \text{sen } (\delta_1 - 20^\circ)$$

$$5) 18,1 \cos(\delta_1 - 42,5^\circ) = \frac{220}{3} \text{sen } \delta_1 + \frac{240}{4} \text{sen } (\delta_1 - 20^\circ)$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\text{sen}(a-b) = \text{sen } a \cdot \cos b - \cos a \cdot \text{sen } b$$

$$18,1 (\cos \delta_1 \cdot \cos 42,5^\circ + \text{sen } \delta_1 \cdot \text{sen } 42,5^\circ) = \frac{220}{3} \text{sen } \delta_1 + \frac{240}{4} (\text{sen } \delta_1 \cdot \cos 20^\circ - \cos \delta_1 \cdot \text{sen } 20^\circ)$$

$$18,1 (0,737 \cdot \cos \delta_1 + 0,676 \cdot \text{sen } \delta_1) = 73,33 \text{sen } \delta_1 + 60 (0,9397 \cdot \text{sen } \delta_1 - 0,342 \cdot \cos \delta_1)$$

$$13,3397 \cdot \cos \delta_1 + 12,2356 \text{sen } \delta_1 = 73,33 \text{sen } \delta_1 + 56,382 \text{sen } \delta_1 - 20,52 \cos \delta_1$$

$$\Rightarrow 13,3397 + 12,2356 \text{tg } \delta_1 = 129,712 \text{tg } \delta_1 - 20,52$$

$$(129,712 - 12,2356) \text{tg } \delta_1 = 13,3397 + 20,52 = 33,8597$$

$$117,4764 \text{tg } \delta_1 = 33,8597 \Rightarrow \text{tg } \delta_1 = \frac{33,8597}{117,4764} = 0,288 \Rightarrow \boxed{\delta_1 = 16,08^\circ}$$

$$E_{01} = 220 \angle 16,08^\circ \Rightarrow \text{Máquina 1} \Rightarrow \text{trabaja como GENERADOR}$$

$$E_{02} = 220 \angle -3,92^\circ \Rightarrow \text{Máquina 2} \Rightarrow \text{" " MOTOR}$$

$$\phi = \delta_1 - 42,5^\circ = -26,42^\circ \quad I = 18,1 \angle -26,42^\circ \Rightarrow \text{carga inductiva}$$

$$\cos \phi = 0,895$$

b)

$$\bullet 1 \Rightarrow 220 \cdot \cos 16,08 = W - 3I_1 \text{sen } \phi_1 \Rightarrow 211,39 = W - 3I_1 \text{sen } \phi_1 \quad (*)$$

$$2 \Rightarrow 220 \cdot \text{sen } 16,08 = 3I_1 \cos \phi_1 \Rightarrow 60,93 = 3I_1 \cos \phi_1$$

$$3 \Rightarrow 220 \cdot \cos(-3,92) = W - 4I_2 \text{sen } \phi_2 \Rightarrow 219,48 = W - 4I_2 \text{sen } \phi_2 \quad (**)$$

$$4 \Rightarrow 220 \cdot \text{sen}(-3,92) = 4I_2 \cos \phi_2 \Rightarrow -15,04 = 4I_2 \cos \phi_2$$

$$5 \Rightarrow 18,1 \cos(-26,42) = I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2 \Rightarrow 16,21 = I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2$$

$$6 \Rightarrow 18,1 \text{sen}(-26,42) = I_1 \text{sen } \phi_1 + I_2 \text{sen } \phi_2 \Rightarrow -8,05 = I_1 \text{sen } \phi_1 + I_2 \text{sen } \phi_2 \quad (***)$$

$$(*) - (**) \Rightarrow 211,39 - 219,48 = -3I_1 \text{sen } \phi_1 + 4I_2 \text{sen } \phi_2 = -8,09 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$(***) \Rightarrow I_1 \text{sen } \phi_1 = -8,05 - I_2 \text{sen } \phi_2$$

$$-8,09 = 24,15 + 3I_2 \text{sen } \phi_2 + 4I_2 \text{sen } \phi_2 = 24,15 + 7I_2 \text{sen } \phi_2$$

$$I_2 \text{sen } \phi_2 = \frac{-8,09 - 24,15}{7} = -4,6 \quad I_1 \text{sen } \phi_1 = -8,05 + 4,6 = -3,44$$

$$\left. \begin{aligned} I_2 \operatorname{sen} \epsilon_2 &= -4,6 \\ -15,04 &= 4 I_2 \cos \epsilon_2 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} I_1 \operatorname{sen} \epsilon_1 &= -3,44 \\ 3 I_1 \cos \epsilon_1 &= 60,93 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} I_1 \operatorname{sen} \epsilon_1 &= -3,44 \\ I_1 \cos \epsilon_1 &= 20,31 \end{aligned} \right\}$$

$$I_2 \cos \epsilon_2 = -3,76 \quad I_1 = 20,31 - j3,44 = 20,6 \angle -9,61^\circ$$

$$I_2 = -3,76 - j4,6 = 5,94 \angle -129,26^\circ$$

Máq 1 \rightarrow Entrega una corriente de carga de 20,6 A y se retrasa $9,61^\circ$ respecto a $U \rightarrow$ (f.d.p = 0,986 inductivo)

Máq 2 \rightarrow Entrega una corriente de 5,94 A retrasada $129,26^\circ$ respecto a $U \Rightarrow$ Absorbe una corriente igual y opuesta a la anterior \Rightarrow trabaja como motor. Esta corriente se adelanta $50,74^\circ$ ($180 - 129,26^\circ$) a la tensión por lo que considerada así trabaja con un f.d.p. capacitivo de 0,633.

c) $211,39 = U - 3 I_1 \operatorname{sen} \epsilon_1 \Rightarrow U = 211,39 + 3 \times 20,6 \operatorname{sen}(-9,61^\circ) = \underline{\underline{201,07V}}$

d) En resumen:

$$U = 201,07 \angle 0^\circ \quad E_{01} = 220 \angle 16,08^\circ \quad E_{02} = 220 \angle -3,92^\circ$$

$$I_1 = 20,6 \angle -9,61^\circ \quad I_2 = 5,94 \angle -129,26^\circ \Rightarrow I_{2m} = 5,94 \angle 50,74^\circ$$

$$I = 18,1 \angle -26,42^\circ$$

Máq-1

$$S_1 = 3 U_1 I_1^* = 3 \cdot 201,07 \cdot 20,6 \angle 9,61^\circ = 12252 + j 2072$$

$$\Rightarrow P_1 = 12552 \text{ W}, \quad Q_1 = 2072 \text{ VAR}$$

Máq-2

$$S_2 = 3 U_2 I_2^* = 3 \cdot 201,07 \cdot 5,94 \angle 129,26^\circ = -2267,5 + j 2774,3$$

$$P_2 = -2267,5; \quad Q_2 = 2774,3$$

0 unas potencias absorbidas como motor $\left\{ \begin{aligned} P_{2u} &= 2267,5 \text{ W} \\ Q_{2u} &= -2774,3 \text{ VAR} \end{aligned} \right.$

Las dos máquinas entregan $\left\{ \begin{aligned} P &= P_1 + P_2 = 10284,5 \text{ W} \\ Q &= Q_1 + Q_2 = 4846,3 \text{ VAR} \end{aligned} \right.$

$$S = 3 \cdot U \cdot I^* = 3 \cdot 201,07 \cdot 18,1 \angle 26,42^\circ = 9.778 + j 4858$$

$\left\{ \begin{aligned} P_s &= 9.778 \text{ W} \\ Q_s &= 4858 \text{ W} \end{aligned} \right. \left\{ \begin{aligned} & \text{Existe un pequeño error} \\ & \text{comparativo con los} \\ & \text{resultados anteriores.} \end{aligned} \right.$